

# 第3讲 利率

Interest Rates

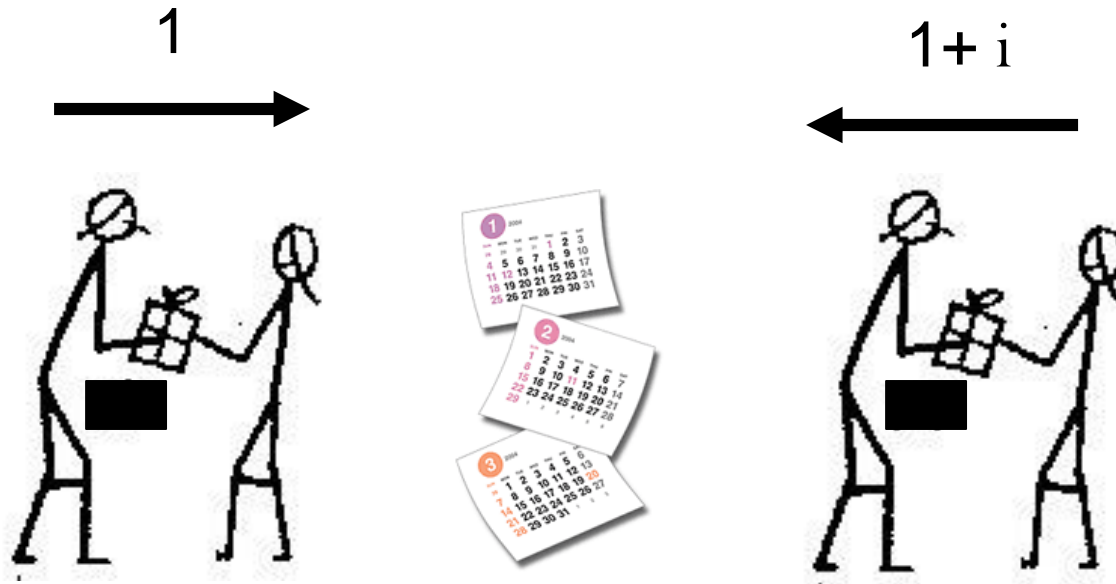
liul@suda.edu.cn

第三章 利率的含义及其在定价中的作用

第四章 利率为什么变化

第五章 风险和期限如何影响利率

present stuff for (promised) future stuff



# 货币的价格

- 货币的价格
  - 利率
  - 汇率
  - 通胀率
- 利率和通胀率（费雪效应）
- 利率和汇率（利率平价）
- 汇率和通胀率（购买力平价）

# 目录

- 利率
- 利率的种类
- 货币的时间价值
- 利率风险
- 影响利率变化的因素
- 利率的风险结构与期限结构

# 利率在资产定价中的作用

资产：现金流的序列

知识（产权），商誉等

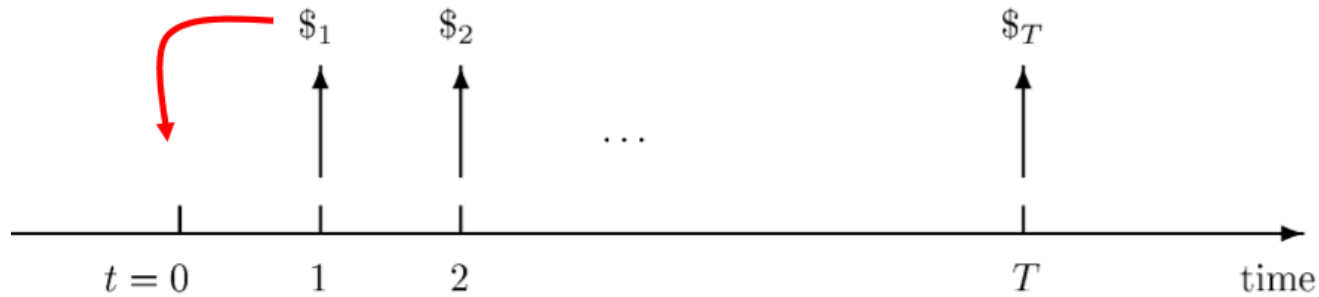
$$\text{Asset}_t \equiv \{CF_t, CF_{t+1}, CF_{t+2}, \dots\}$$

$$\text{Value of Asset}_t \equiv V_t(CF_t, CF_{t+1}, CF_{t+2}, \dots)$$

确定现金流-----complete solution

现金流不确定--- partial solution (approximation)

# 利率在资产定价中的作用



Present Value

$$V_0(CF_1, CF_2, CF_3, \dots) = \left(\frac{\$1}{\$0}\right) \times CF_1 + \left(\frac{\$2}{\$0}\right) \times CF_2 + \dots$$

NPV: **Net Present Value** 净现值是一项投资所产生的未来现金流的折现值与项目投资成本之间的差值。

财务决策: NPV = ---- 投资额 + PV

Take positive-NPV projects, reject negative NPV-projects

# 利率在资产定价中的作用

Law of one price:一样的现金流应该是一样的价格

- 债券套利(fixed income arbitrage)：理论价格与市场价格偏离
- 股票套利

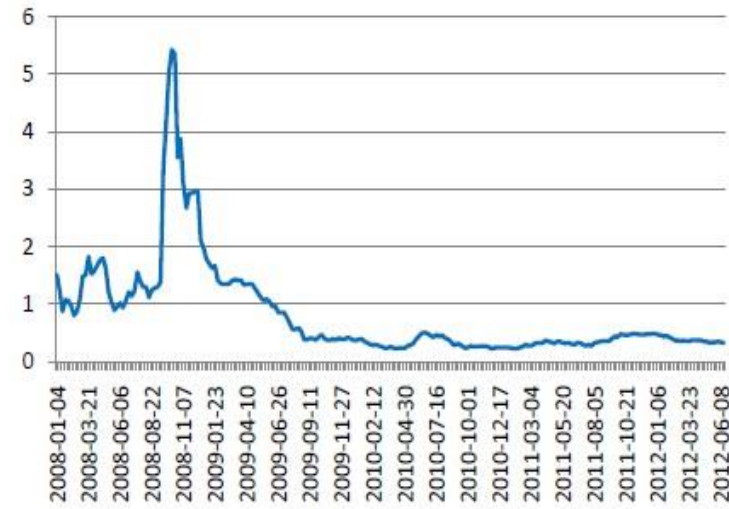
# 目录

- 利率
- 利率的种类
- 货币的时间价值
- 利率风险
- 影响利率变化的因素
- 利率的风险结构与期限结构

## 美元的三个利率

1. 联邦基金Fed Fund's market 0.16%
  - 日内清算CHIPs, 结算 Fedwire
  - 会员 (exclusive club) : domestic dollars , public dollars, Fed dollars.
2. 欧洲美元市场Eurodollar market. 0.15140%
  - international dollars, private dollars
  - non-exclusive club
3. 回购协议市场repurchase agreement: US overnight repo is 0.29%

# TED Spread



- 泰德利差 treasury & Eurodollar Spread

- 国际金融市场流动性松紧及投资者风险偏好情况
- 国际金融市场利率（Libor美元利率）----短期国债利率（Tbill，无风险利率）
- 一般在10-50个基点（Basic points，1%的百分之一）
- 三个月的TED Spread可以分解为

$$(\text{libor3-tbill}) = (\text{libor3-libor0}) + (\text{libor0-target}) + (\text{target-tbill})$$

Libor3: 3个月的美元利率

Tbill: 3个月美国国债利率

Libor0: 隔夜利率

Trarget: 美联储目标利率—联邦基金利率

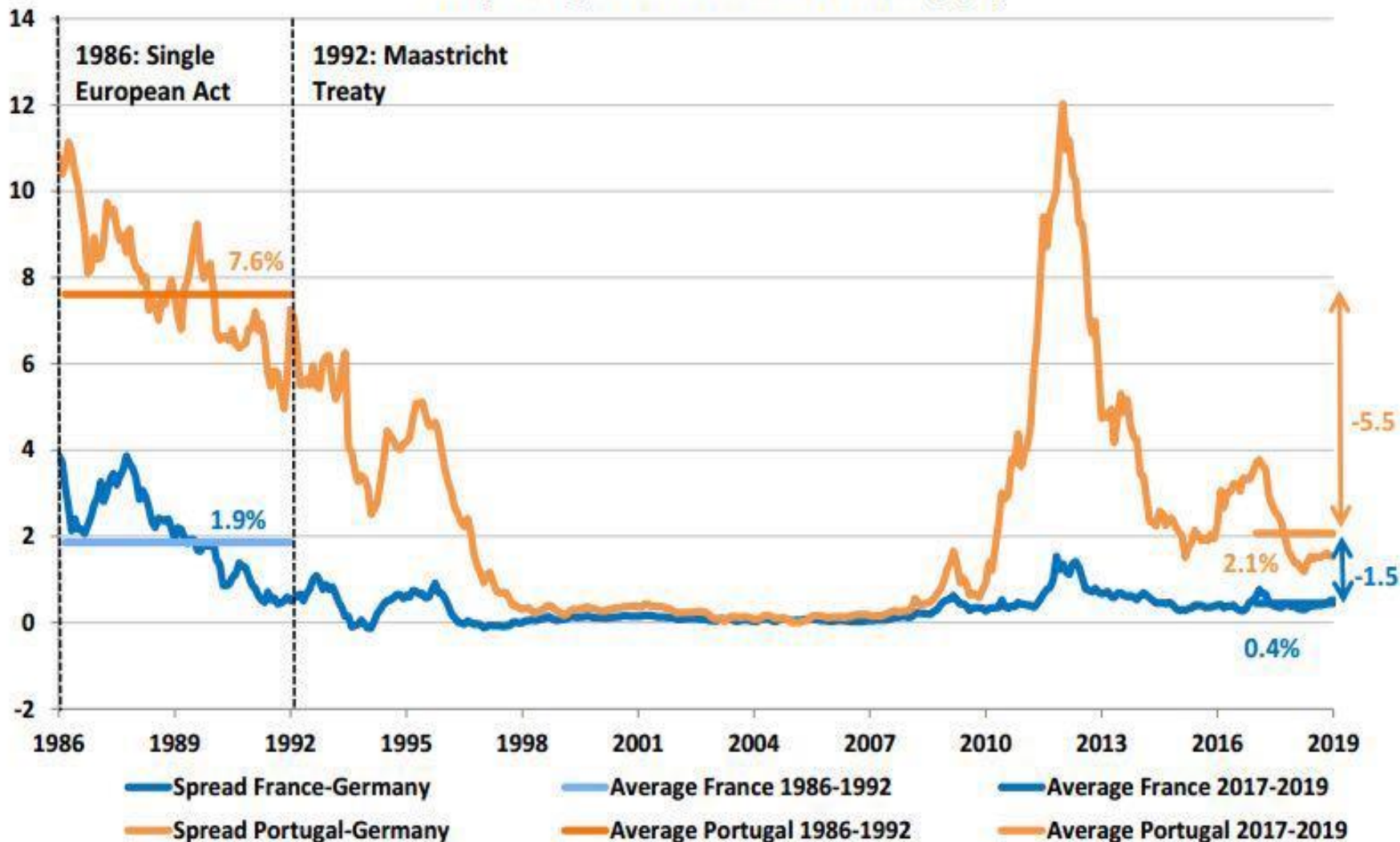
流动性补偿/期限补偿/风险补偿

货币政策的变化

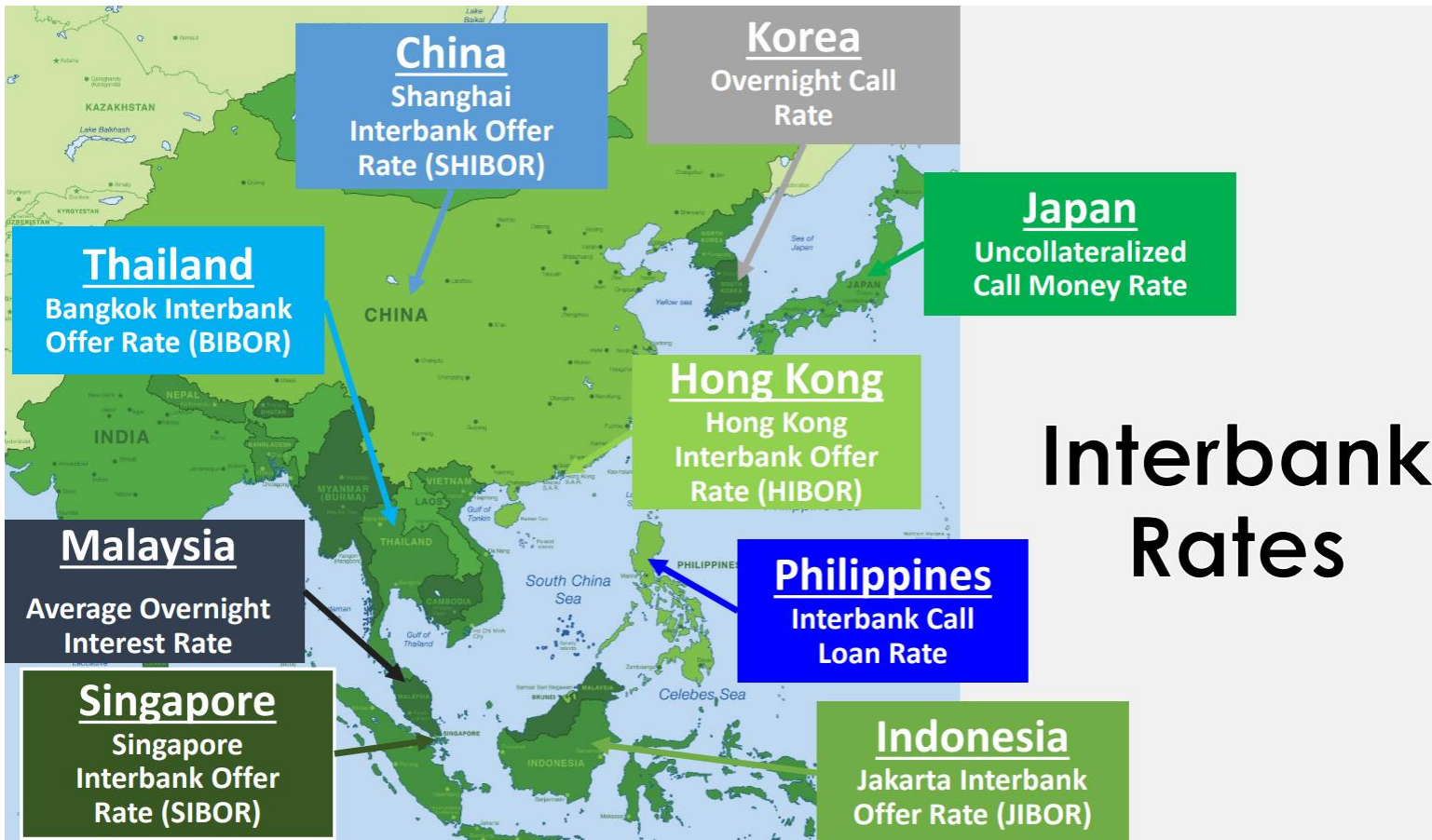
隔夜欧洲美元利率-隔夜联邦基金利率，基本不变

- 欧盟成立后，主权债务利息差大幅缩窄
  - 法德由1.9降至0.4；葡萄牙德国由7.6降至2.1%

10-year spreads versus Germany (%)

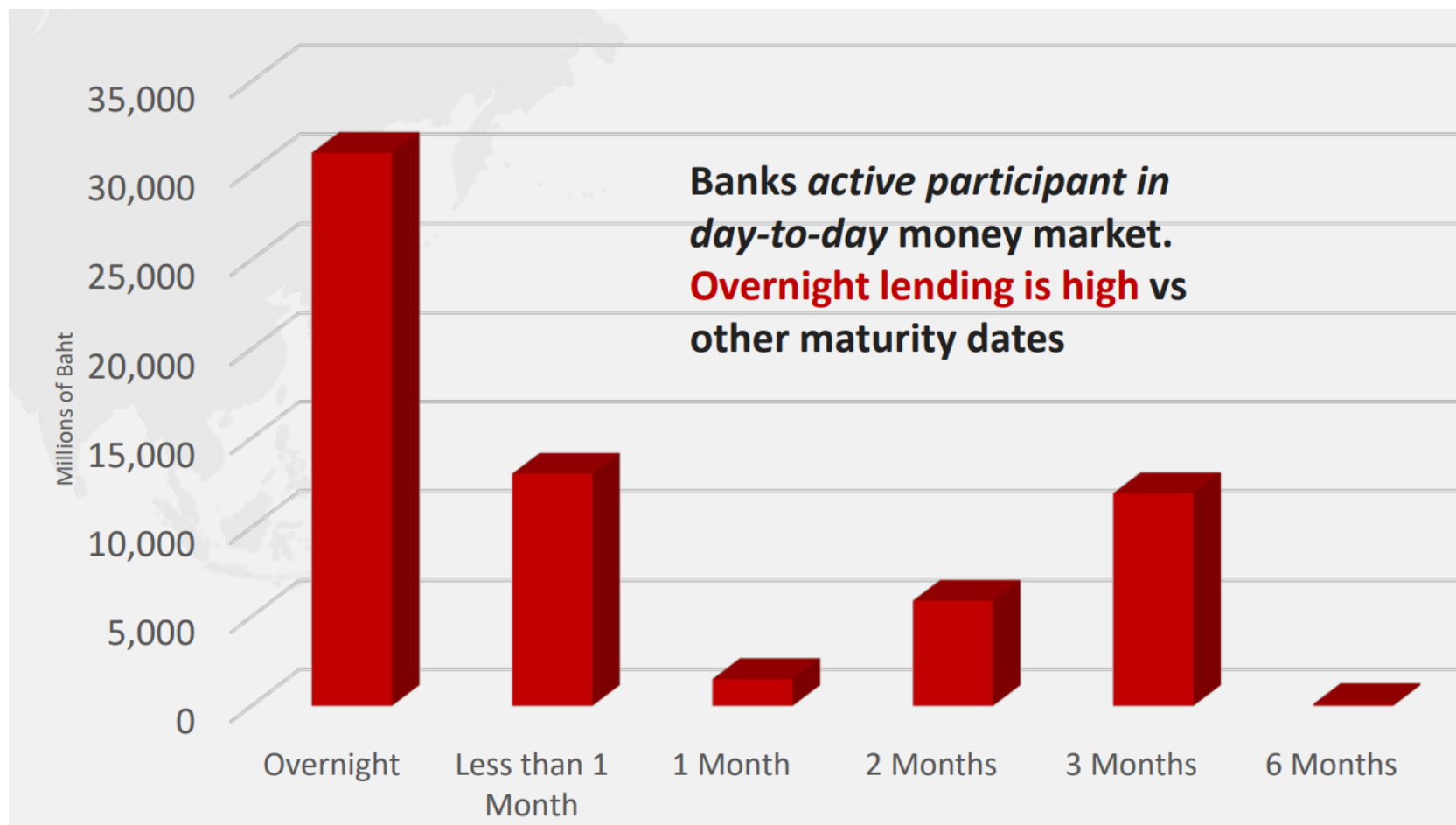


# Interbank Rates



# Interbank Rates

## 银行间市场拆借规模和期限（泰国，2016）



- 期限：银行隔夜借的最多，因此央行直接能影响的利率也是短期的同业利率（常规货币政策如此）
- 用什么借出：准备金(=政策要求（法定准备金）+市场因素（同业利率）+其他（交易动机和预防动机）)

# 政策/基准利率“锚”

- 央行可以控制/影响其他利率的利率
- 国际金融危机之前，LIBOR是全球金融市场的价格基准，但2009年爆发LIBOR操纵丑闻。
  - 巴克莱银行员工涉嫌操纵Libor的邮件和电话记录曝光，2005~2008年，至少有14名巴克莱银行的交易员通过提交不准确的Libor报价数据以获利。（数十家欧洲银行被调查）
  - 如果金融市场的定价基准被人为操纵而扭曲，无法准确反映市场资金供求的基本面，那么中央银行基于此作出货币调控决策就会偏离市场实际。
  - 基于报价
- 2017年6月，美联储确定使用SOFR（Secured Overnight Financing Rate）作为LIBOR的替代利率，并推出基于SOFR的期货、利率互换等多种衍生工具
  - 基于交易价：计算隔夜美国国债回购交易的加权中值回购利率

Tom Hayes因操纵Libor被重判14年



- SHIBOR
  - 报价利率，07年推出，可以国际比较
  - 所有金融机构都参与，但期限、规模不同
    - 商业银行、信用社、政策性银行最长不超过1年；规模不超过负债的8%；
    - 资产管理公司、汽车金融、融资租赁、保险最长不超过3个月，规模不超过实收资本1倍。
    - 财务公司、证券公司、信托公司等不超过7天。证券公司不超过资本的80%，信托公司不超过净资产的20%
- CHIBOR
  - 成交利率/实盘利率
  - 参与主体和交易量都比较小

## 「中性利率」 (neutral interest rate)

- 鲍威尔2018.12在纽约经济俱乐部表示，“美联储基准利率已接近中性水平”
- 中性利率是一种货币政策——不刺激也不限制经济增长的利率水平，而中性是不可观测的，只能通过统计来估计。中性利率在各国货币中也会出现，然而在美国官方则称之为中性联邦基金利率（美国业界给予代号为 $r^*$ ）

中性利率分为长期中性利率和当前中性利率。

- 长期中性利率是指金融杠杆遵循其长期趋势时所达到的均衡利率水平，主要受到经济增长趋势和长期储蓄需求等因素的影响；而当前中性利率受到金融周期的额外影响。持续的信贷增长将推高目前的中性水平，因为要稳定经济需要更高的利率。相反，中性利率在去杠杆化期间会下降。
- 美国联邦基金基准利率当前值是2.00%—2.25%。美联储对中性联邦基金利率的看法接近2%，即符合美国2%通胀及充分就业目标的联邦基金利率。

Michael NG and David Wessel, "The Hutchins Center Explains: The neutral rate of interest", Brookings, 22 October 2018

## 提到“中性利率”一词的新闻报道数量

### News stories mentioning the term "Neutral Rate"

More people are talking about the Neutral Rate since the Fed started raising rates in 2015



Note: Data shows the 26-week rolling average of stories across sources from Bloomberg's News Trend (NT) function.

## 长期中性利率的影响因素

从长远来看，中性利率是由储蓄的供给和需求决定的。

### (1) 生产率增长 (Productivity growth) --技术

生产率的提高通常与新的投资机会有关，这些投资机会增加了对资本的需求，推高了利率。

### (2) 长期停滞 (Secular Stagnation)

### (3) 全球储蓄过剩 (The Global Savings Glut)

美联储前主席伯南克认为，“全球储蓄过剩”压低了中性利率。

### (4) 安全资产和风险厌恶 (Safe Assets and Risk Aversion)

如果人们变得更加厌恶风险，他们可能会存更多的钱作为未来经济衰退的缓冲。这可能会增加对超级安全的美国国债的需求。风险溢价上升和对安全资产的更大需求是近年来压低中性利率的主要原因。

### (5) 人口统计学 (Demographics)

对许多人来说，储蓄的最大原因是为退休做准备。因此，发达经济体预期寿命的增加增加了储蓄供应，压低了中性利率。当然，一旦人们退休了，他们就会减少储蓄。但与此同时，较低的生育率意味着美国劳动力增长更慢，因此可供资本供应的劳动力更少，因此对新投资的需求也更少，这压低了中性利率。

# 名义利率与实际利率

## 名义利率

- nominal rate
- 借贷契约或有价证券上载明的利率。

## 实际利率

- Effective(real) rate
- 扣除通货膨胀(预期)因素以后的利率。

## Fisher Equation

$$1 + \text{实际利率} = \frac{1 + \text{名义利率}}{1 + \text{预期通胀率}}$$

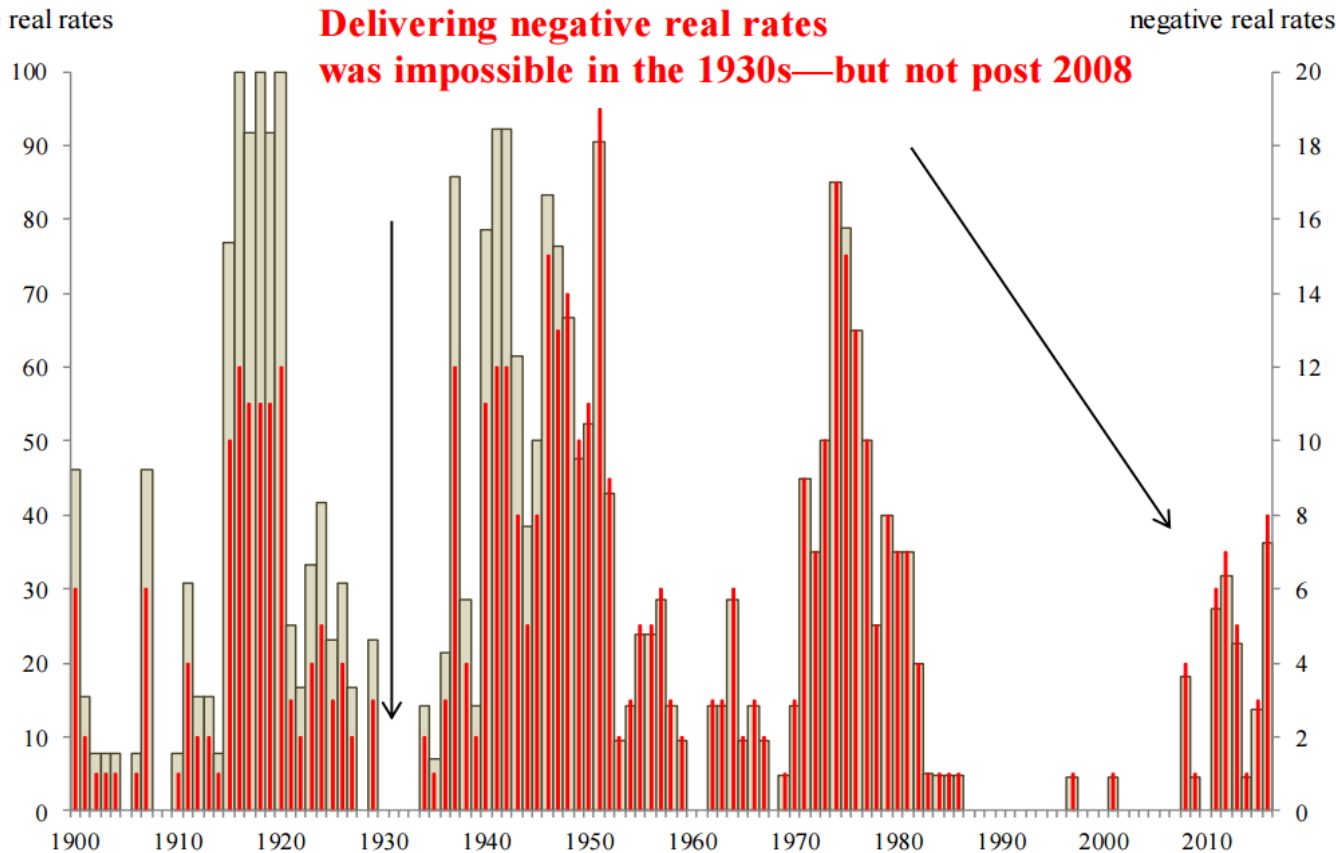
$$\text{实际利率} \approx \text{名义利率} - \text{预期通胀率}$$

经济理论和经济实践：经济体系都建立在正名义利率之上。而负利率通常是指通货膨胀率高过名义利率的状态，即实际利率为负。2016年1月29日，日本央行决定对超额准备金账户采取-0.1%的利率，为亚洲首个实施负利率的国家。

## 应用1：负实际利率

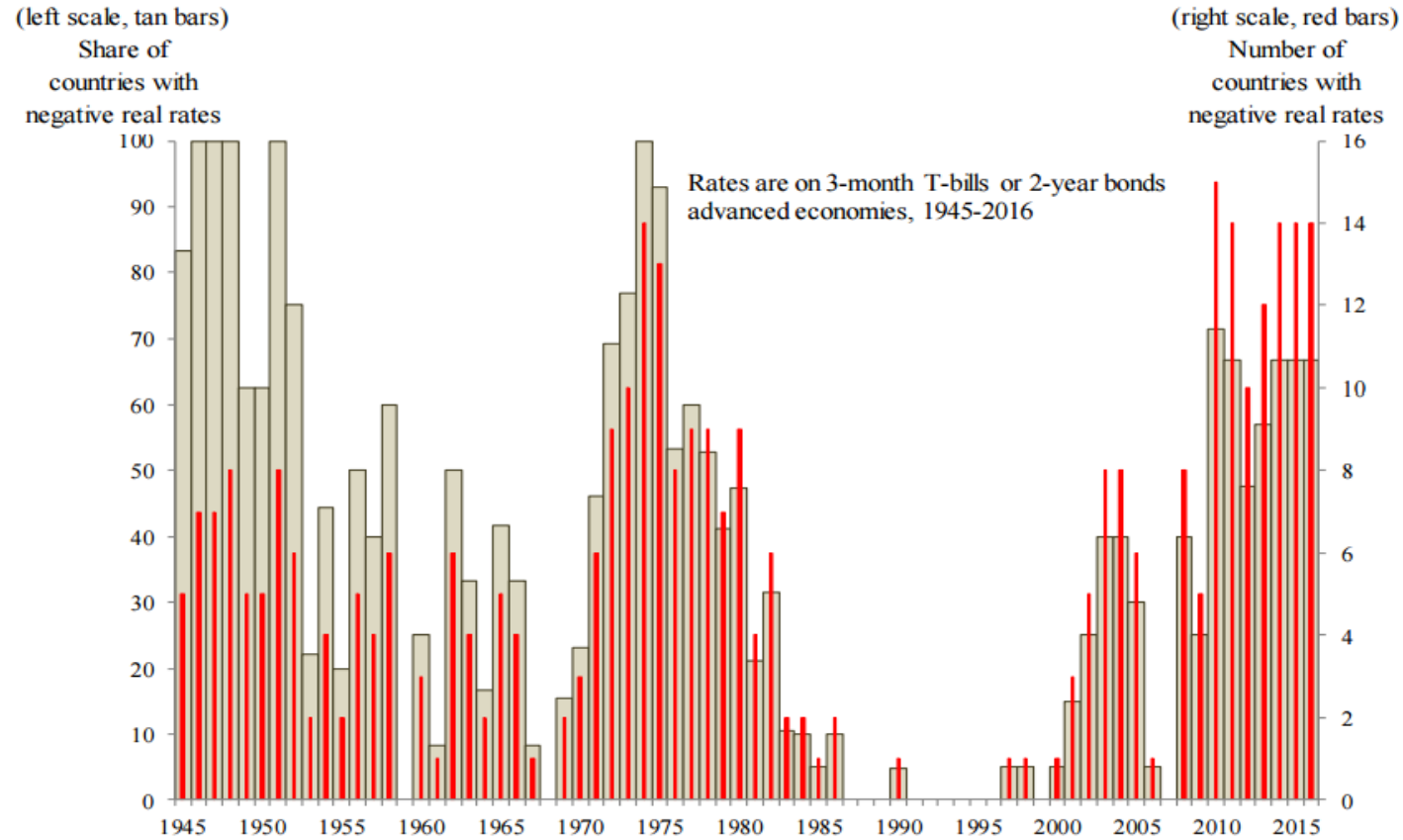
(left scale, tan bars)  
Share of  
countries with  
negative real rates

(right scale, red bars)  
Number of  
countries with  
negative real rates



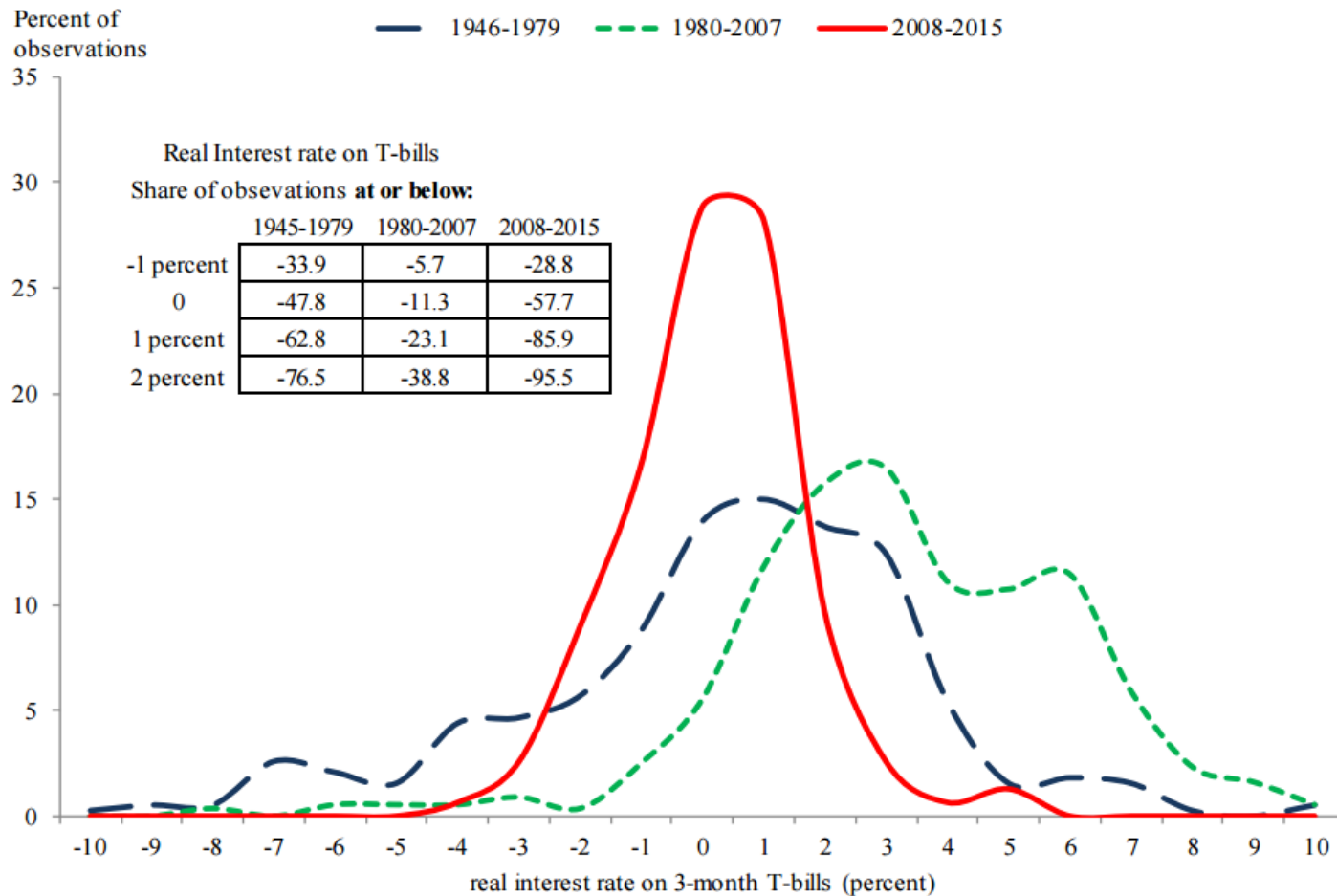
The incidence of [negative real long-term interest rates](#) in advanced economies, 1900-2016

## 应用1：负实际利率



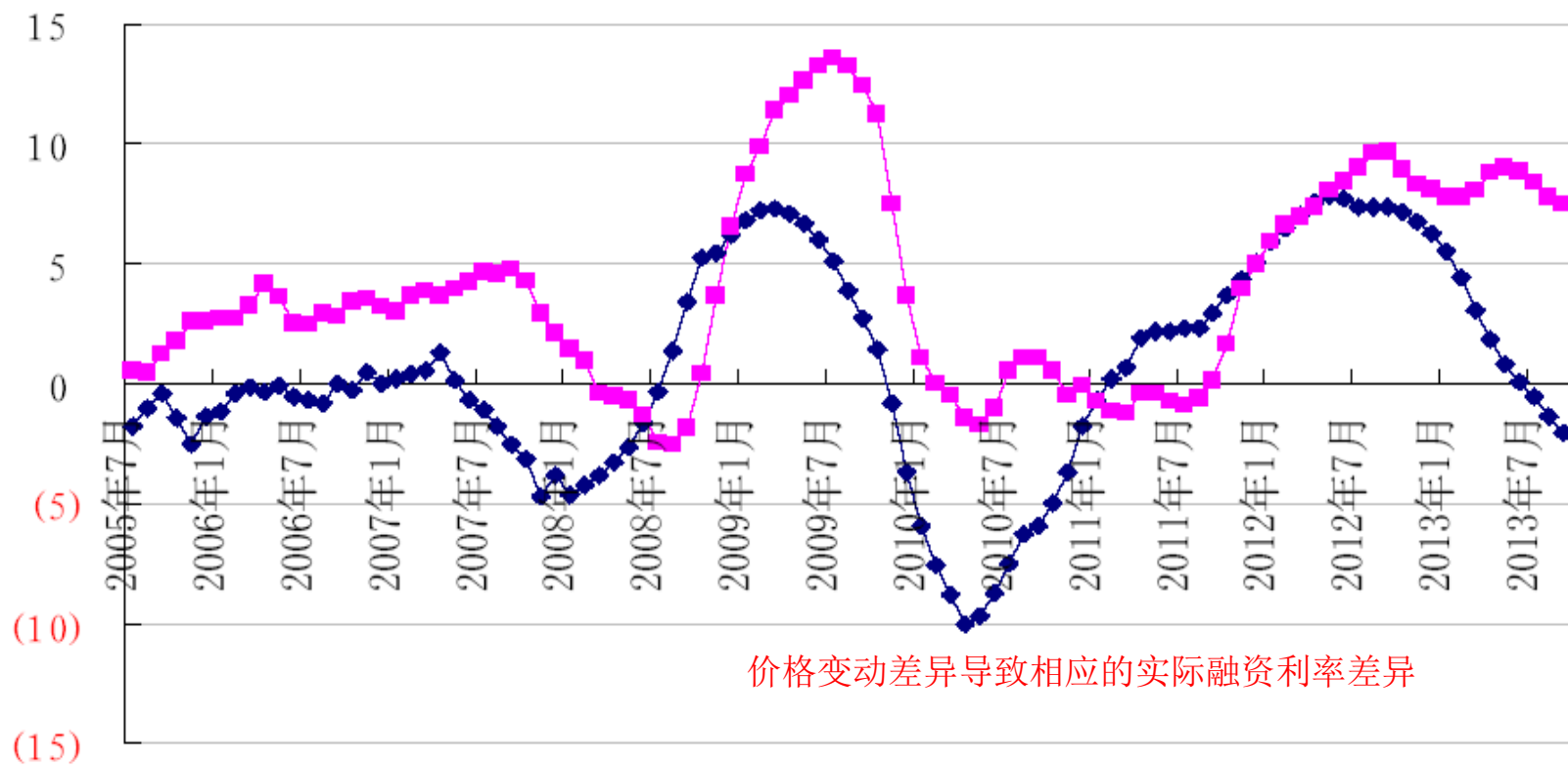
The incidence of [negative real short-term interest rates](#) in advanced economies, 1945-2016

## 应用1：负实际利率



Real T-bill Rates Frequency Distributions: 22 Advanced Economies, 1945-2015

## 应用2：房价持续较快上涨但工业品价格低迷

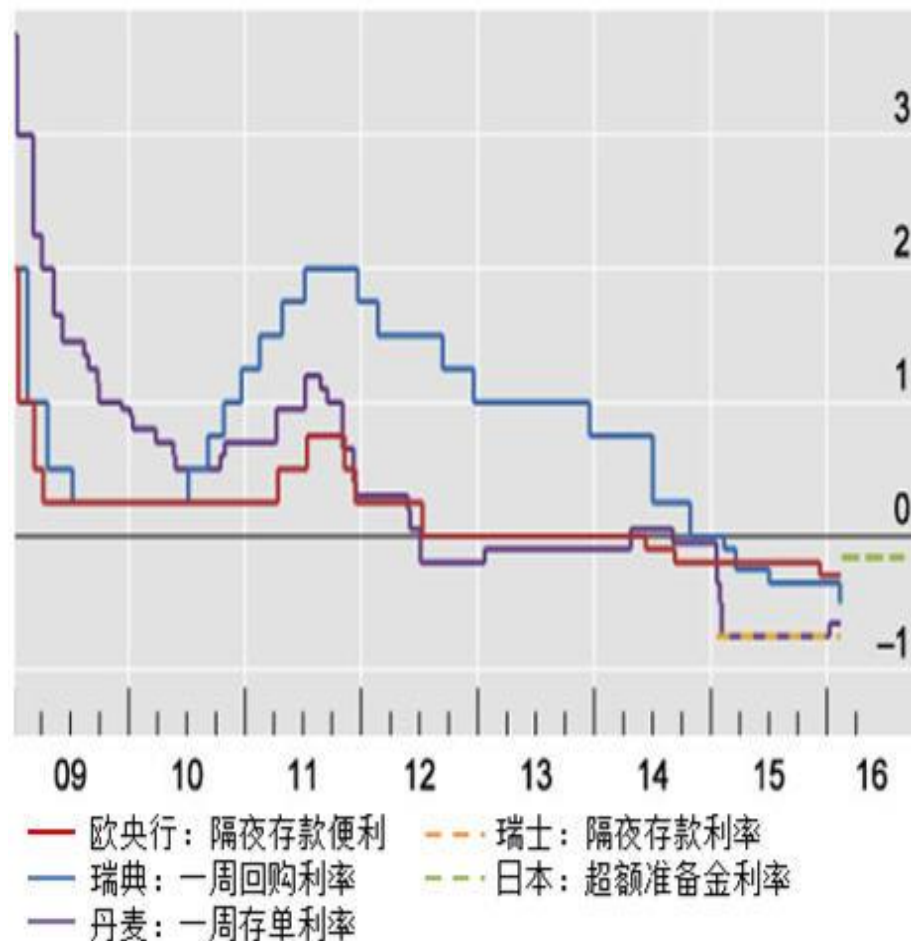


◆ 房地产行业实际利率=贷款利率-房价上涨率

■ 工业部门实际利率=贷款利率-PPI

### 应用3: 负名义利率

- 2014年6月, 欧央行下调隔夜存款利率为-0.1%。
- 2009年7月, 瑞典央行将准备金存款利率降为-0.25%
- 2012年7月, 丹麦央行将商业银行存款利率降至-0.2%。
- (欧债危机, 丹麦AAA评级, 为避免资金涌入, 造成丹麦克朗升值而出口受阻, )
- 2016年丹麦、瑞典、瑞士、欧元区和日本等, 长期国债到期收益率陷入零甚至负收益的状态。



Reinhart and Sbrancia, 2011, 2015

**Fiscal policy at the central bank:** Helicopter money and negative interest rates

Negative interest rates are a tax on banks (which are passed on to depositors and borrowers).  
Helicopter money: As an exclusive central bank action, it presumes a fiscal role. Central bank subsidies/future taxes on such a scale without the action of the government and the consent of the voters smacks of “taxation without representation.”

英国：与通胀挂钩的金边债券 Inflation-linked Gilts

美国：通货膨胀保值债券 (Treasury Inflation-Protected Securities (or TIPS)), 是通胀指数化债券。

- 97年开始，票息率固定，每半年付一次票息，The [coupon rate](#) is constant.; 5-year, 10-year and 30-year maturities.
- 传统国债的到期面额（本金）是固定数额，当发生通胀（滞后三个月的CPI）时，传统国债价格就会下跌。而通胀保值债券的到期面额随通胀指数变化。如遇到通货紧缩，到期债券的面额及票息就会下降，但是在到期时债券面额不会低于开始时的本金。
- 该利率反应了人们对通货膨胀未来的预期

# 央行

- 存款端（存款准备金、超额准备金）；资产端（再贴现，再贷款）

# 商业银行

- 存款端（储蓄利率、企业存款利率）
- 资产端（贷款利率）

- 同业拆借利率/联邦基金利率—货币市场无抵押的隔夜利率，央行有完全垄断力量
  - 一般为银行间
  - 07《同业拆借管理办法》中国所有金融机构都可以参加同业拆解（银行类+其他类型），换言之，证券市场波动也会影响shibor
- 回购利率
- 贷款基础利率（loan prime rate,LPR，过去被成为优惠利率）
  - 最优质客户是客户类型里内部评级最优类的非金融企业客户。
  - 其他贷款利率在基础利率上考虑借款人的信用状况、考虑抵押等方式要素
  - 2013年10月，全国银行间同业拆借中心每个工作日在各报价行报出本行贷款基础利率的基础上，剔除最高、最低后，将剩余报价作为有效报价，以上季度末该报价行贷款余额占所有报价行贷款总余额的比重为权重，得出贷款基础利率报价的平均利率，对外公布。

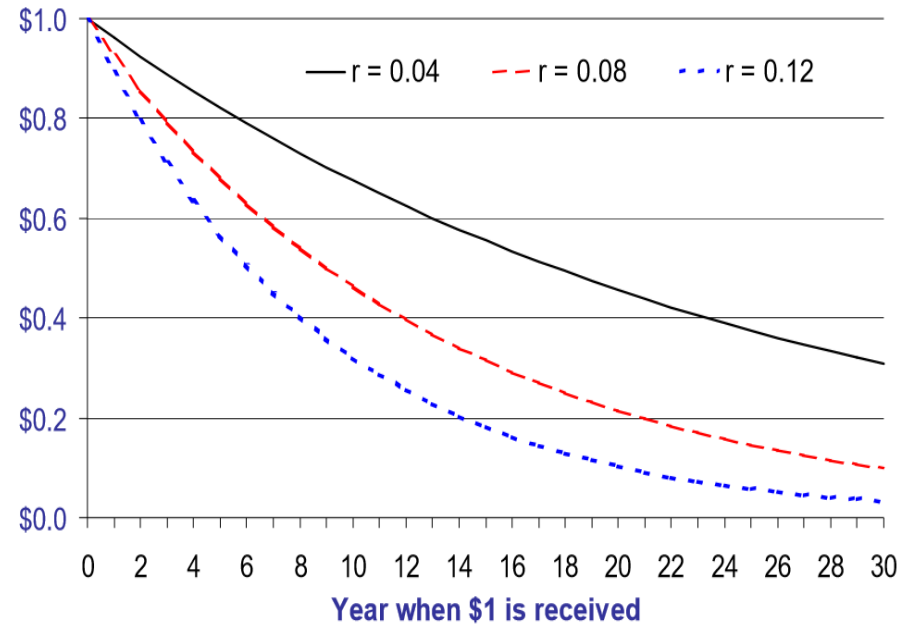
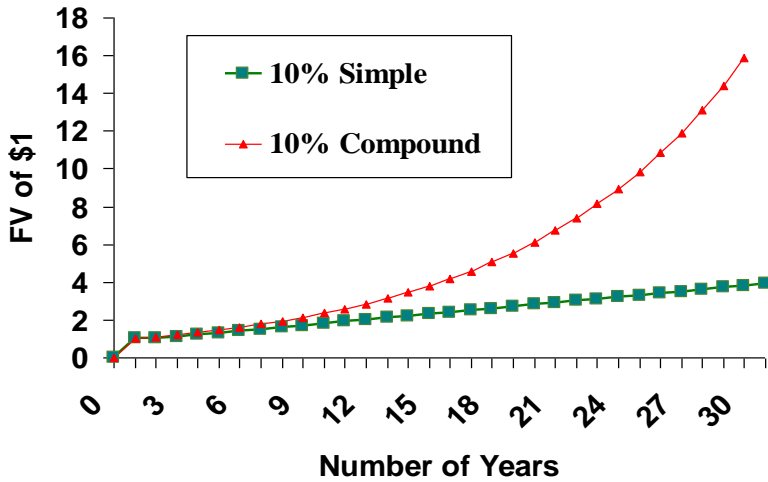
# 目录

- 利率
- 利率的种类
- 利率的计算/货币的时间价值
- 利率风险
- 影响利率变化的因素
- 利率的风险结构与期限结构

# 货币的时间价值

\$1 in  $t$  years is equivalent to  $\$ \frac{1}{(1+r)^t}$  today

PV of \$1 Received In Year  $t$



# 复利

公布的都是年利率，但年度百分比利率(APR)通常小于有效年利率(EAR)

Interest May Be Credited/Charged More Often Than Annually

- Bank accounts: daily
  - 按天复利（按天提取）
- Mortgages and leases: monthly
- Bonds: semiannually
- Effective annual rate may differ from annual percentage rate
  - 信用卡透支按天计算复利，如APR22.9%(0.06274%/天)，而EAR25.7%
  - “宝宝类”理财产品都是复利计息，而且是每日计息，日日复利。

一个例子

# 算术和几何收益率

- 100元买了一个股票，股价先跌倒50元（第一年），再回升到100（第二年）

- 投资的收益是多少？  
geometric average is closer to investment experience.
- 直觉：0（几何平均收益率）

- $P_0 = \$ 100$ ,  $R_1 = -50\%$ 和 $R_2 = + 100\%$ 。几何平均值

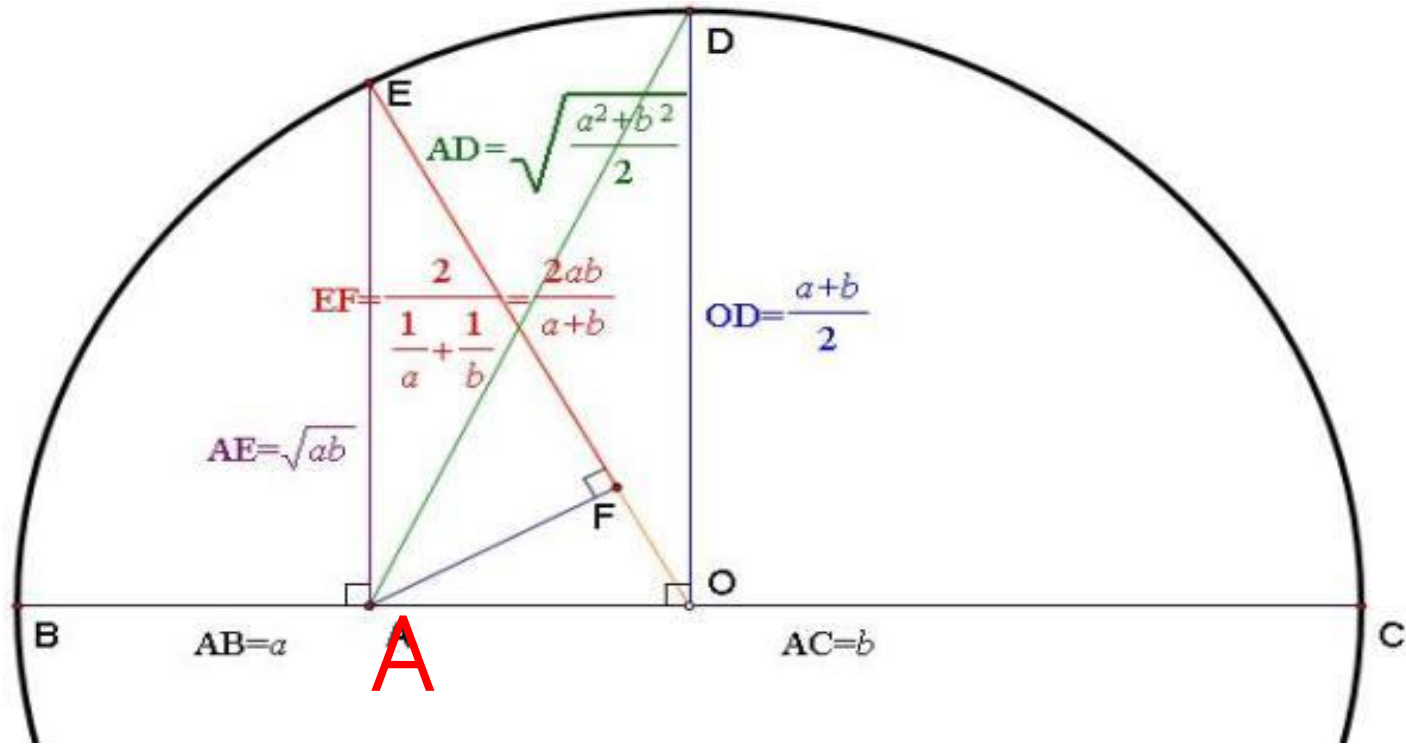
计算为： $[(1+R_1)(1+R_2)]^{1/2}-1=0\%$

- 25%（算术平均收益率）

- $P_0 = \$ 100$ ,  $R_1 = -50\%$ 和 $R_2 = + 100\%$ ，算术平均值

计算为  $(100-50) / 2 = 25\%$ ,

# 算术和几何收益率



- AE 几何平均
- OD 算术平均

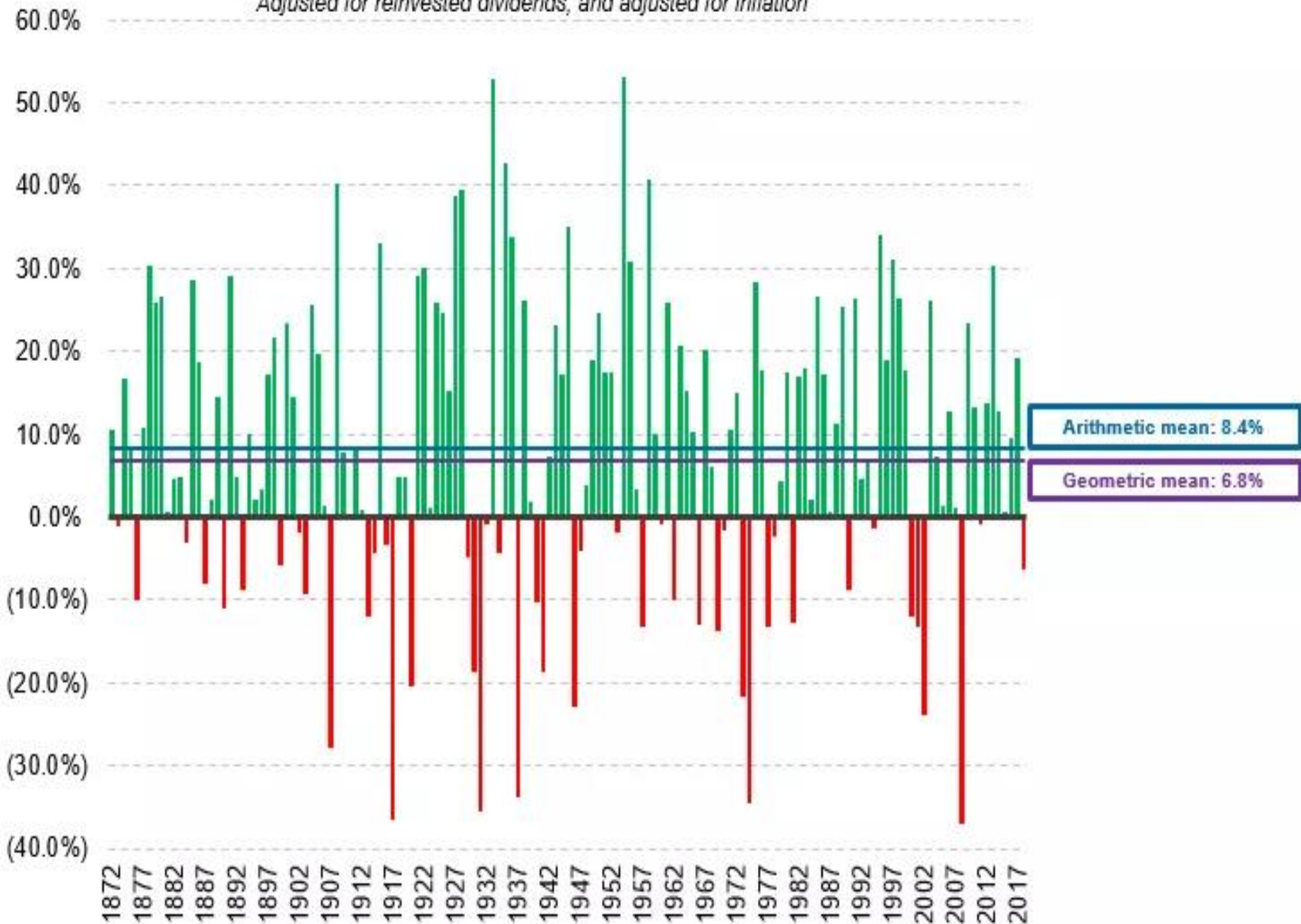
- 两者相差不大，都可以用
- 实践中算数，工程上几何

# 算术和几何收益率

- 算术回报率 (Arithmetic)
- 几何回报率 (Geometric )
  - 期望收益率是股价期望所对应的年几何收益率
  - 波动率是年几何收益率的标准差。
  - 股价：几何（指数）布朗运动
  - 几何收益率遵循的是一般布朗运动。

# Annual Real Total Returns - S&P Index - 1872 to 2018

*Adjusted for reinvested dividends, and adjusted for inflation*



# 永久债券 The Perpetuity

- 永续债券(perpetuity)也称统一公债(consol)
- **Consols** was a name given to certain British [government bonds](#) ([gilts](#)金边债券) in the form of [perpetual bonds](#) redeemable at the option of the government. They were issued by the [Bank of England](#). The first Consols were issued in 1751. They have now been fully redeemed.
- “In 1752, Henry Pelham (第三位首相) converted the entire outstanding stock of British debt into consolidated annuities that would become known as *consols*. The consols paid interest on an annual basis just like regular bonds, but with no requirement that the government ever redeem them by repaying the face value.”
- 最早的债务发行
- 英格兰银行保证对该公债的投资者永久期地支付固定的利息。
- 优先股/永续债，因为有时间成本。

# 永久债券

$$PV = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots$$

$$PV = \frac{C}{r}$$

Growing Perpetuity Pays Growing Cashflow  $C(1+g)^t$  Forever

$$PV = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{C(1+g)^2}{(1+r)^3} + \dots$$

$$PV = \frac{C}{r-g}, \quad r > g$$

# 定期定额偿付贷款(fixed-payment loan)

- 按揭贷款(fully amortized loan), 定期偿付
- 年金 (Annuity)

Annuity Pays Constant Cashflow  $C$  For  $T$  Periods

$$PV = \frac{C}{(1+r)} + \dots + \frac{C}{(1+r)^T}$$

$$(1+r) \times PV = C + \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^{T-1}}$$

$$r \times PV = C - \frac{C}{(1+r)^T}$$

$$PV = \frac{C}{r} - \frac{C}{r} \frac{1}{(1+r)^T}$$

# 定期定额偿付贷款(fixed-payment loan)

按揭贷款实践中的计算

$$PV = \frac{C}{r} - \frac{C}{r} \frac{1}{(1+r)^T}$$

$$PV = \frac{C}{r} - \frac{C}{r} \frac{1}{(1+r)^T} = C \times \frac{1}{r} \left[ 1 - \frac{1}{(1+r)^T} \right] = C \times ADF(r, T)$$

$$ADF(r, T) \equiv \frac{1}{r} \left[ 1 - \frac{1}{(1+r)^T} \right]$$

年金现值系数(P/A,i,n)表

年金现值系数表 (PVIFA表)																	
n	1%	2%	3%	4%	5%	6%	8%	10%	12%	14%	15%	16%	18%	20%	22%	24%	25%
1	0.99	0.98	0.97	0.961	0.952	0.943	0.925	0.909	0.892	0.877	0.869	0.862	0.847	0.833	0.819	0.806	0.799
2	1.97	1.941	1.913	1.886	1.859	1.833	1.783	1.735	1.69	1.646	1.625	1.605	1.565	1.527	1.491	1.456	1.44
3	2.94	2.883	2.828	2.775	2.723	2.673	2.577	2.486	2.401	2.321	2.283	2.245	2.174	2.106	2.042	1.981	1.952
4	3.901	3.807	3.717	3.629	3.545	3.465	3.312	3.169	3.037	2.913	2.854	2.798	2.69	2.588	2.493	2.404	2.361
5	4.853	4.713	4.579	4.451	4.329	4.212	3.992	3.79	3.604	3.433	3.352	3.274	3.127	2.99	2.863	2.745	2.689
6	5.795	5.601	5.417	5.242	5.075	4.917	4.622	4.355	4.111	3.888	3.784	3.684	3.497	3.325	3.166	3.02	2.951
7	6.728	6.471	6.23	6.002	5.786	5.582	5.206	4.868	4.563	4.288	4.16	4.038	3.811	3.604	3.415	3.242	3.161
8	7.651	7.325	7.019	6.732	6.463	6.209	5.746	5.334	4.967	4.638	4.487	4.343	4.077	3.837	3.619	3.421	3.328
9	8.566	8.162	7.786	7.435	7.107	6.801	6.246	5.759	5.328	4.946	4.771	4.606	4.303	4.03	3.786	3.565	3.463
10	9.471	8.982	8.53	8.11	7.721	7.36	6.71	6.144	5.65	5.216	5.018	4.833	4.494	4.192	3.923	3.681	3.57
11	10.367	9.786	9.252	8.76	8.306	7.886	7.138	6.495	5.937	5.452	5.233	5.028	4.656	4.327	4.035	3.775	3.656
12	11.255	10.575	9.954	9.385	8.863	8.383	7.536	6.813	6.194	5.66	5.42	5.197	4.793	4.439	4.127	3.851	3.725
13	12.133	11.348	10.634	9.985	9.393	8.852	7.903	7.103	6.423	5.842	5.583	5.342	4.909	4.532	4.202	3.912	3.78
14	13.003	12.106	11.296	10.563	9.898	9.294	8.244	7.366	6.628	6.002	5.724	5.467	5.008	4.61	4.264	3.961	3.824
15	13.865	12.849	11.937	11.118	10.379	9.712	8.559	7.606	6.81	6.142	5.847	5.575	5.091	4.675	4.315	4.001	3.859
16	14.717	13.577	12.561	11.652	10.837	10.105	8.851	7.823	6.973	6.265	5.954	5.668	5.162	4.729	4.356	4.033	3.887
17	15.562	14.291	13.166	12.165	11.274	10.477	9.121	8.021	7.119	6.372	6.047	5.748	5.222	4.774	4.39	4.059	3.909
18	16.398	14.992	13.753	12.659	11.689	10.827	9.371	8.201	7.249	6.467	6.127	5.817	5.273	4.812	4.418	4.079	3.927
19	17.226	15.678	14.323	13.133	12.085	11.158	9.603	8.364	7.365	6.55	6.198	5.877	5.316	4.843	4.441	4.096	3.942
20	18.045	16.351	14.877	13.59	12.462	11.469	9.818	8.513	7.469	6.623	6.259	5.928	5.352	4.869	4.46	4.11	3.953
21	18.856	17.011	15.415	14.029	12.821	11.764	10.016	8.648	7.562	6.686	6.312	5.973	5.383	4.891	4.475	4.121	3.963
22	19.66	17.658	15.936	14.451	13.163	12.041	10.2	8.771	7.644	6.742	6.358	6.011	5.409	4.909	4.488	4.129	3.97
23	20.455	18.292	16.443	14.856	13.488	12.303	10.371	8.883	7.718	6.792	6.398	6.044	5.432	4.924	4.498	4.137	3.976

# 贴现债券Pure Discount Bond

- 本息分离债券(Separate Trading of Registered Interest and Principal Securities; STRIPS)或零息债券(Zero Coupon Bond, Zero coupon bonds)或贴现债券
  - No coupons, single payment of principal at maturity
  - Bond trades at a “discount” to face value
- **本息分离债券**
  - 债券发行后，把该债券的每笔利息支付和最终本金的偿还进行拆分，然后依据各笔现金流形成对应期限和面值的零息债券。
  - 原因：
    - 息票债券是本金+利息，是一个组合，面临更多的不确定性。

# 贴现债券 Pure Discount Bond

$$P_0 = \frac{F}{(1+r)^T}$$

或

$$P_0 = \frac{F}{(1+R_1)(1+R_2)\cdots(1+R_T)} = \frac{F}{(1+r_{0,T})^T}$$

$r_{0,T} \equiv$  Today's  $T$ -Year Spot Rate

Today's **T-year spot rate** is an “average” of one-year future spot rates

# 贴现债券 Pure Discount Bond

如果能得到贴现债券的价格，就能得到期限结构

$$\begin{aligned}P_{0,1} &= \frac{F}{(1 + R_1)} \rightarrow r_{0,1} \\P_{0,2} &= \frac{F}{(1 + R_1)(1 + R_2)} \rightarrow r_{0,2} \\P_{0,3} &= \frac{F}{(1 + R_1)(1 + R_2)(1 + R_3)} \rightarrow r_{0,3} \\&\vdots \\P_{0,T} &= \frac{F}{(1 + R_1)(1 + R_2)(1 + R_3) \cdots (1 + R_T)} \rightarrow r_{0,T}\end{aligned}$$

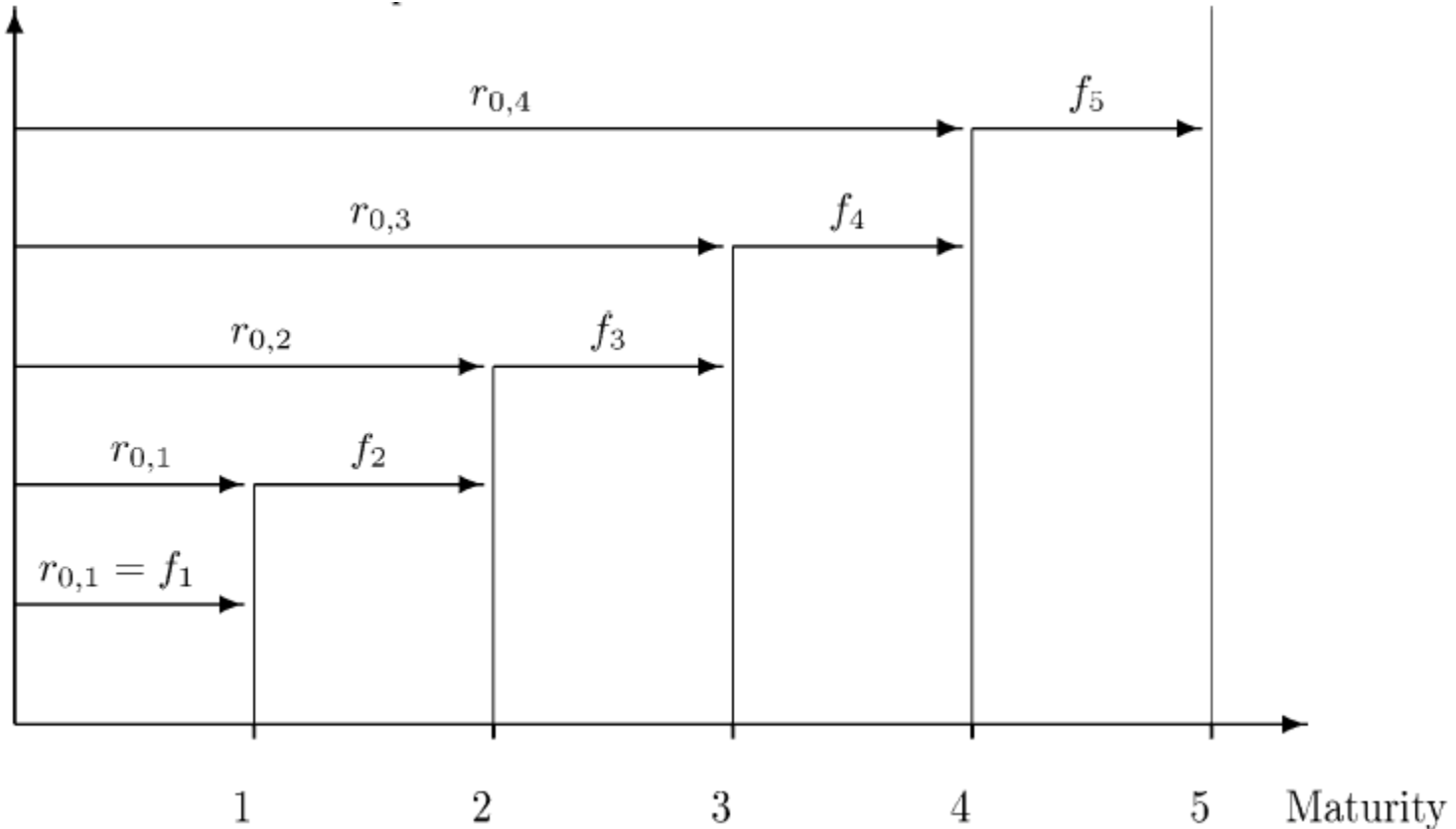
$$\{P_{0,1}, P_{0,2}, \dots, P_{0,T}\} \rightarrow \{r_{0,1}, r_{0,2}, \dots, r_{0,T}\}$$

**Term Structure of Interest Rates**

# 贴现债券 Pure Discount Bond

期限结构隐含了未来利率的信息

即期利率与远期利率



# 收益率

到期收益率(yield to maturity)

当期收益率(current yield)



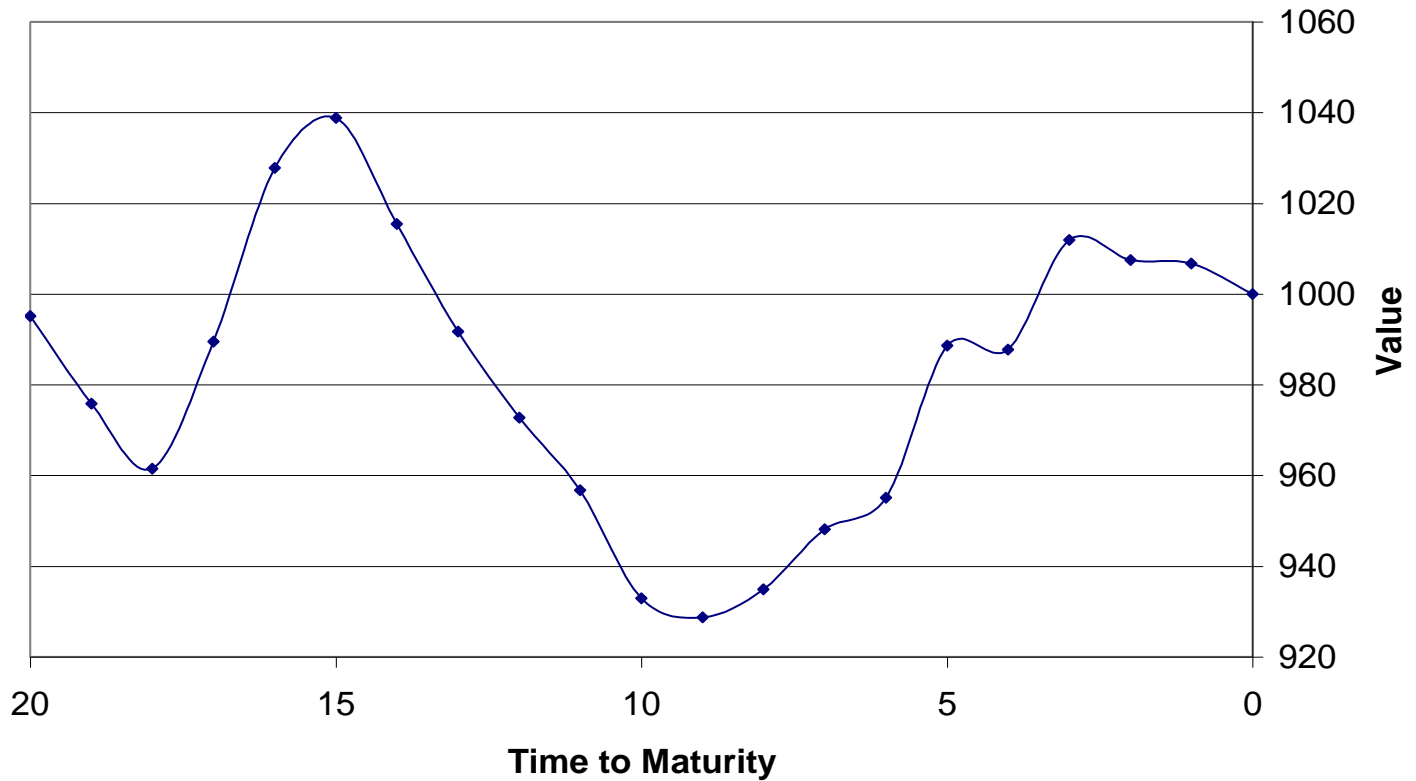
# 目录

- 利率
- 利率的种类
- 利率的计算/货币的时间价值
- 利率风险
- 影响利率变化的因素
- 利率的风险结构与期限结构

# 利率风险

利率与价格反向

## 20-Year Bond Value Over Time



# 利率风险的度量：久期(duration)

久期：债券提供给投资者现金流的加权平均发生时间

马考勒 (F.R.Macaulay, 1938)

1)零息债券	2)息票债券
有效到期期限=10年	有效到期期限<10年

久期是一系列现金支付到期期限的加权平均。

年数	现金支付金额	现值	权重	加权到期期限
$t$	$CP_t$	$\frac{CP_t}{(1+i)^t}$	$\frac{\frac{CP_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{CP_t}{(1+i)^t}}$	$\frac{t \times \frac{CP_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{CP_t}{(1+i)^t}}$
总和	--	$\sum_{t=1}^n \frac{CP_t}{(1+i)^t}$	100%	$\frac{\sum_{t=1}^n t \times \frac{CP_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{CP_t}{(1+i)^t}}$

## 久期公式

$$D = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{c_t}{(1+y)^t} \times t}{P} = \sum_{t=1}^T \left[ \frac{c_t / (1+y)^t}{P} \times t \right] = \sum_{t=1}^T \left[ \frac{PV(c_t)}{P} \times t \right]$$

D是马考勒久期

P是债券当前的市场价格

$c_t$ 是债券未来第t次支付的现金流 (利息或本金)

T是债券在存续期内支付现金流的次数，t是第t次现金流支付的时间

y是债券的到期收益率

$PV(c_t)$  代表债券第t期现金流用债券到期收益率贴现的现值。

# 利率风险的度量：久期(duration)

面值为1000元的息票债券的久期

	息票利率	利率水平	到期期限(年)	久期(年)
1	10%	10%	10	6.76
2	10%	10%	11	7.14
3	10%	20%	10	5.72
4	20%	10%	10	5.98

1. 债券的到期期限越长，久期越长。
2. 利率水平提高，息票债券的久期将会下降。
3. 债券的息票利率越高，久期越短。

# 利率风险的度量：久期(duration)

久期具有可加性：资产组合的久期等于其每种证券久期的加权平均，其权重每种债券投资占资产组合的比重。

例，资产组合中25%是久期为5年的债券；75%是久期为10年债券。该资产组合的久期为：

$$0.25*5+0.75*10=1.25+7.5=8.75$$

# 利率风险的度量：久期(duration)

利率变动引起证券价格变化幅度：

$$\% \Delta P = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \approx -DUR \times \frac{\Delta i}{1+i}$$

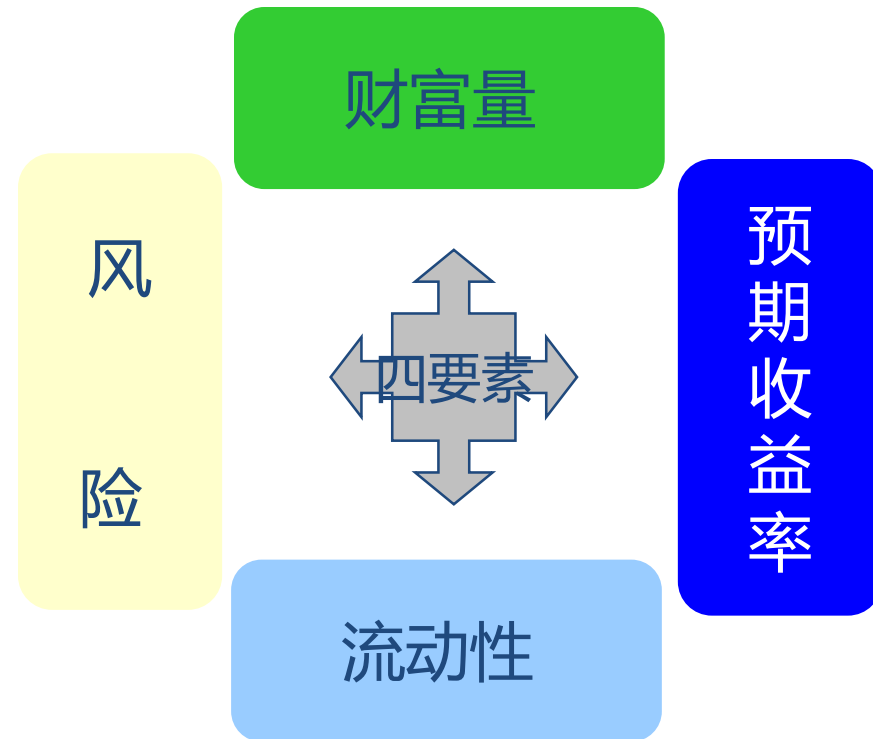
债券的价格变动 = -(债券的当前价格 × 久期 × 收益率的变动)

# 目录

- 利率
- 利率的种类
- 利率的计算/货币的时间价值
- 利率风险
- 影响利率变化的因素
- 利率的风险结构与期限结构

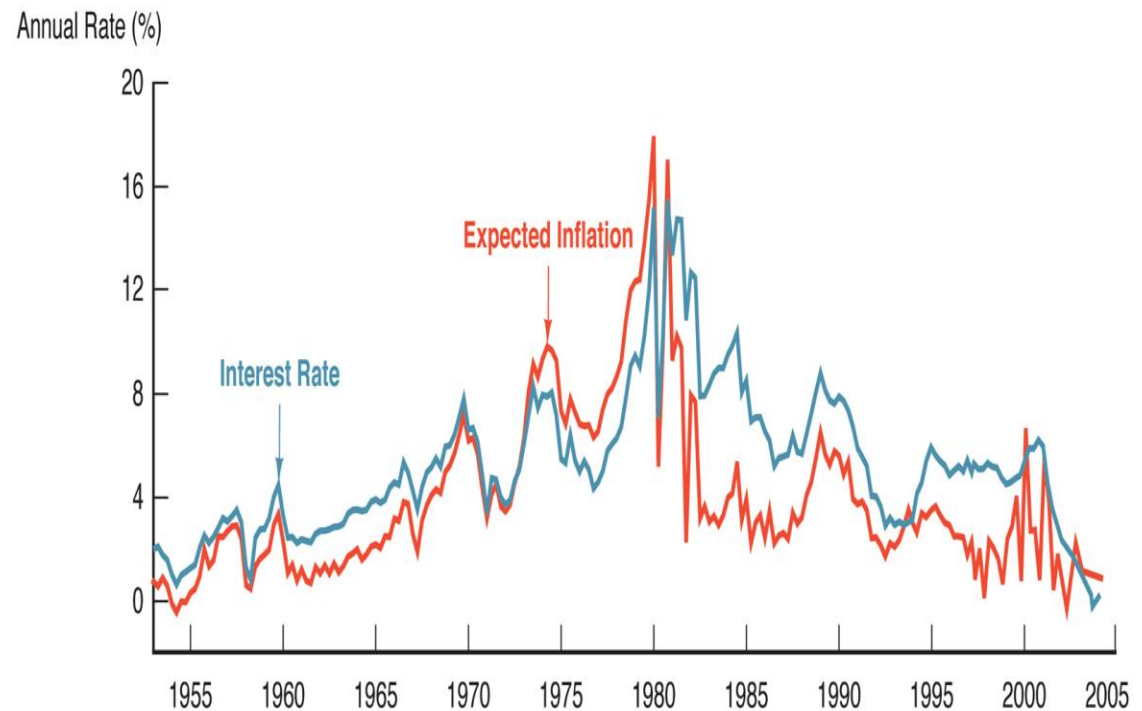
# 利率变化

- 所有利率（收益率）变化长期来看是一致的
- 1.资产需求
  - 总财富
  - 不同资产的比较
    - 风险
    - 预期收益
    - 流动性



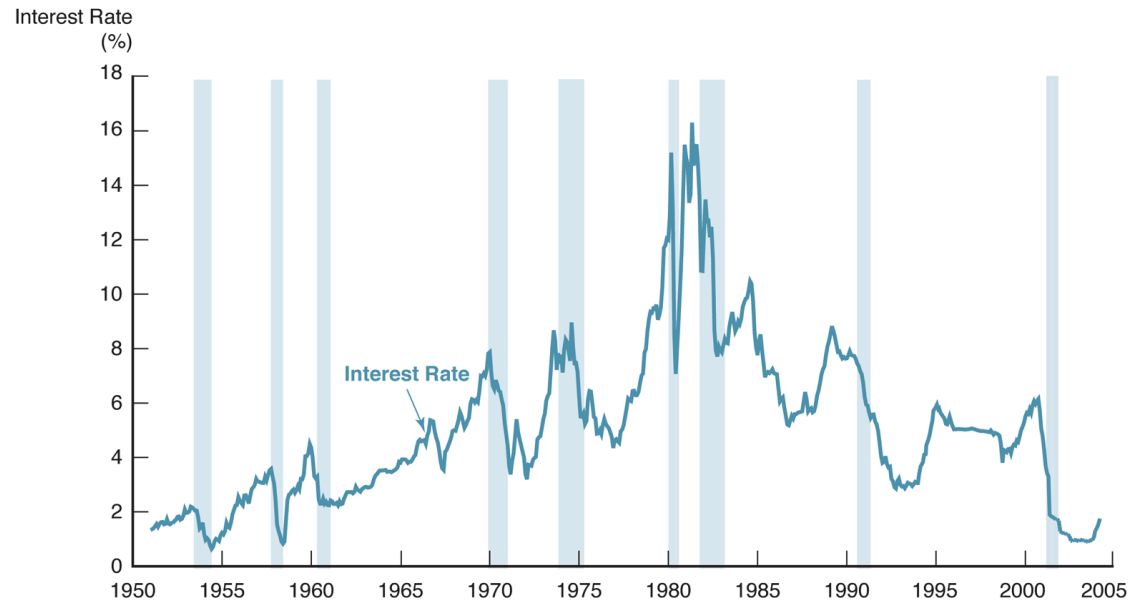
# 利率变化

- 2.通货膨胀
  - Fisher Effect
  - 预期通货膨胀率提高，利率水平会上升



# 利率变化

- 3.经济周期
  - 商业扩张期，利率提高
  - 经济衰退期，利率降低



# 利率变化

- 4.其他
  - 税
  - 转换条款
  - 赎回条款等

# 目录

- 利率
- 利率的种类
- 利率的计算/货币的时间价值
- 利率风险
- 影响利率变化的因素
- 利率的风险结构与期限结构

# 利率的风险结构

- Risk Structure of Interest Rates
- 相同期限不同风险的利率

- 信用风险
- 流动性风险
- 税收因素

Non-Government Bonds Carry Default Risk

Credit Risk	Moody's	S&P	Fitch
Investment Grade 投资级			
Highest Quality	Aaa	AAA	AAA
High Quality (Very Strong)	Aa	AA	AA
Upper Medium Grade (Strong)	A	A	A
Medium Grade	Baa	BBB	BBB
Not Investment Grade 垃圾债券			
Somewhat Speculative	Ba	BB	BB
Speculative	B	B	B
Highly Speculative	Caa	CCC	CCC
Most Speculative	Ca	CC	CC
Imminent Default	C	C	C
Default	C	D	D

溢价 (spread/ Premium )

# 锚：无风险利率

- 无（信用）风险，但有利率风险，所以债券分为利率债(政府债券)和信用债
- 无风险==无违约风险（排除私人公司）+无利率风险

市场参与者基于自己对于风险的判断而自行选择的参照物

- 中国的无风险利率？
  - 短期shibor
  - 长期：对应久期的国债利率
- 美国长短期无风险利率
  - 联邦基准利率或者3个月的libor与10年国债
  - 通过信用等级和期限来确定所有其他的利率（债券、信贷、存款）
- **为什么是国债利率**：国债不计算风险资本，对银行来说是无风险的（=现金），国债回购利率的重要性大于政策利率，因为政策利率往往只存在于央行和一小部分商业银行的特定操作中，但是国债回购利率将顺着债券交易一直延伸到资本市场每个角落

# 现实利率

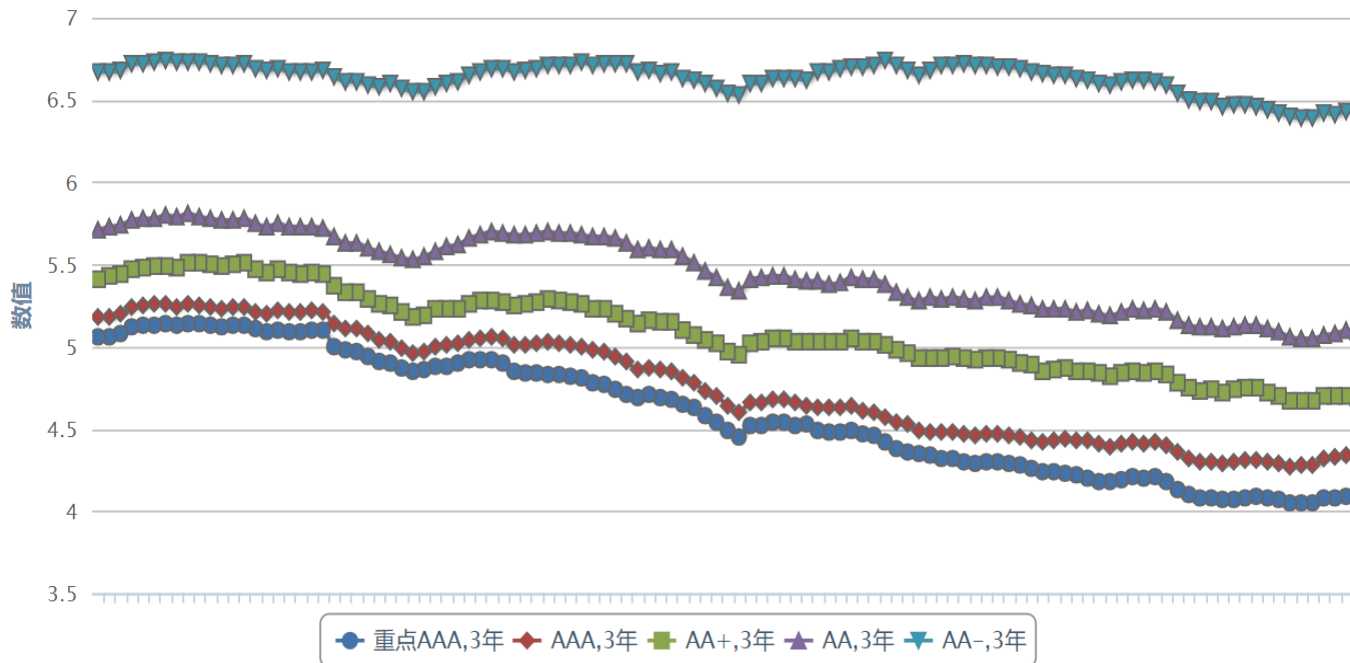
- nominal risk-free rate = real risk-free rate + expected inflation rate

名义利率=名义无风险利率+风险溢价+流动性溢价+税..... (其他或有溢价)

- required interest rate on security = nominal risk-free rate + default risk premium + liquidity risk premium + maturity risk premium

## 非金融企业债务融资工具定价估值曲线

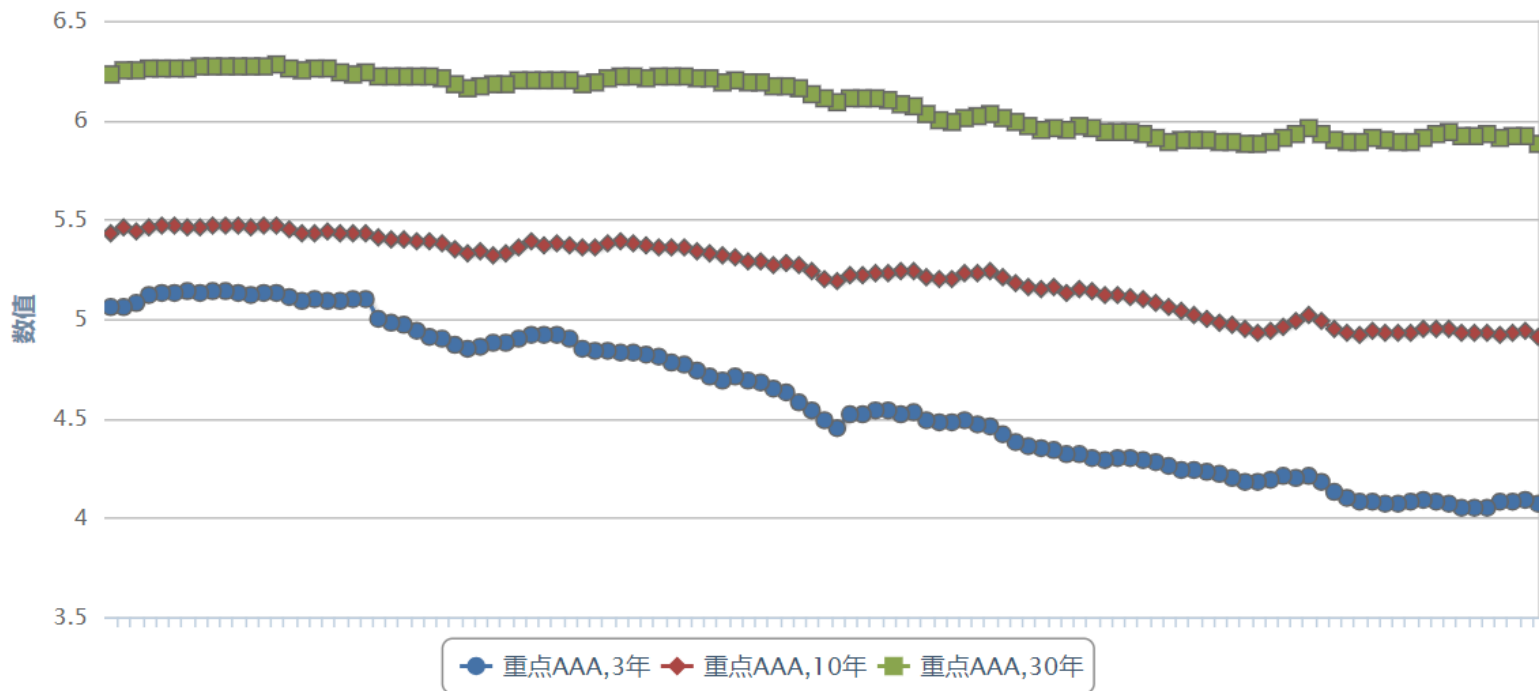
2018-01-02至2019-03-11定价估值



### 2019年03月11日 非金融企业债务融资工具定价估值

	1年	3年	5年	7年	10年	15年	20年	30年
重点AAA	3.68	4.07	4.28	4.65	4.91	5.46	5.61	5.88
AAA	3.86	4.32	4.57	4.93	5.22	5.77	6.1	6.38
AA+	4.33	4.69	4.96	5.43	5.9	6.53	6.81	7.22
AA	4.76	5.09	5.7	6.24	6.63	7.38	7.75	8.06
AA-	5.81	6.41	6.93	7.58	7.98	8.42	9.18	9.16

## 非金融企业债务融资工具定价估值曲线 2018-01-02至2019-03-11定价估值



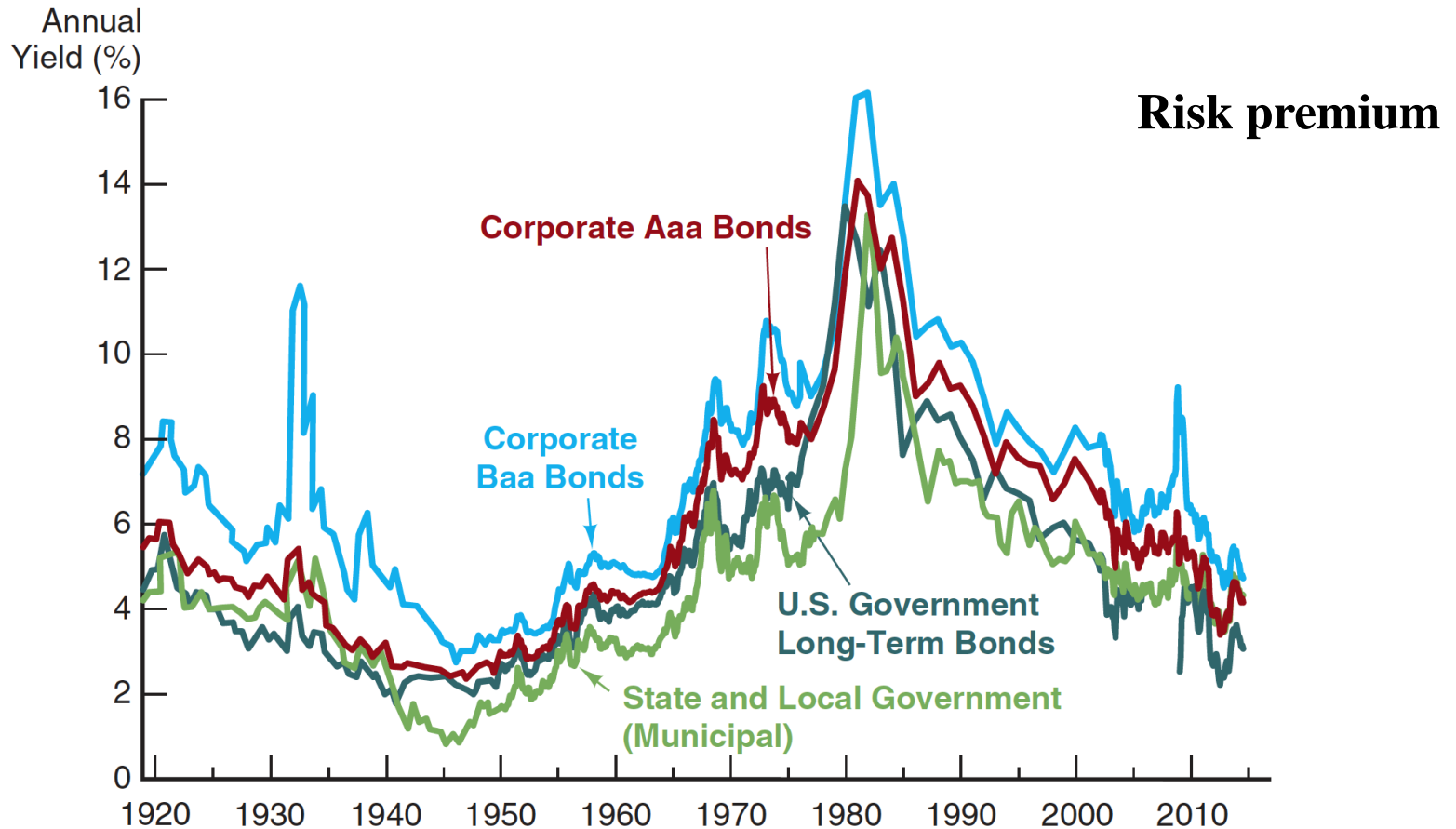
### 2019年03月11日 非金融企业债务融资工具定价估值

	1年	3年	5年	7年	10年	15年	20年	30年
重点AAA	3.68	4.07	4.28	4.65	4.91	5.46	5.61	5.88

# 风险

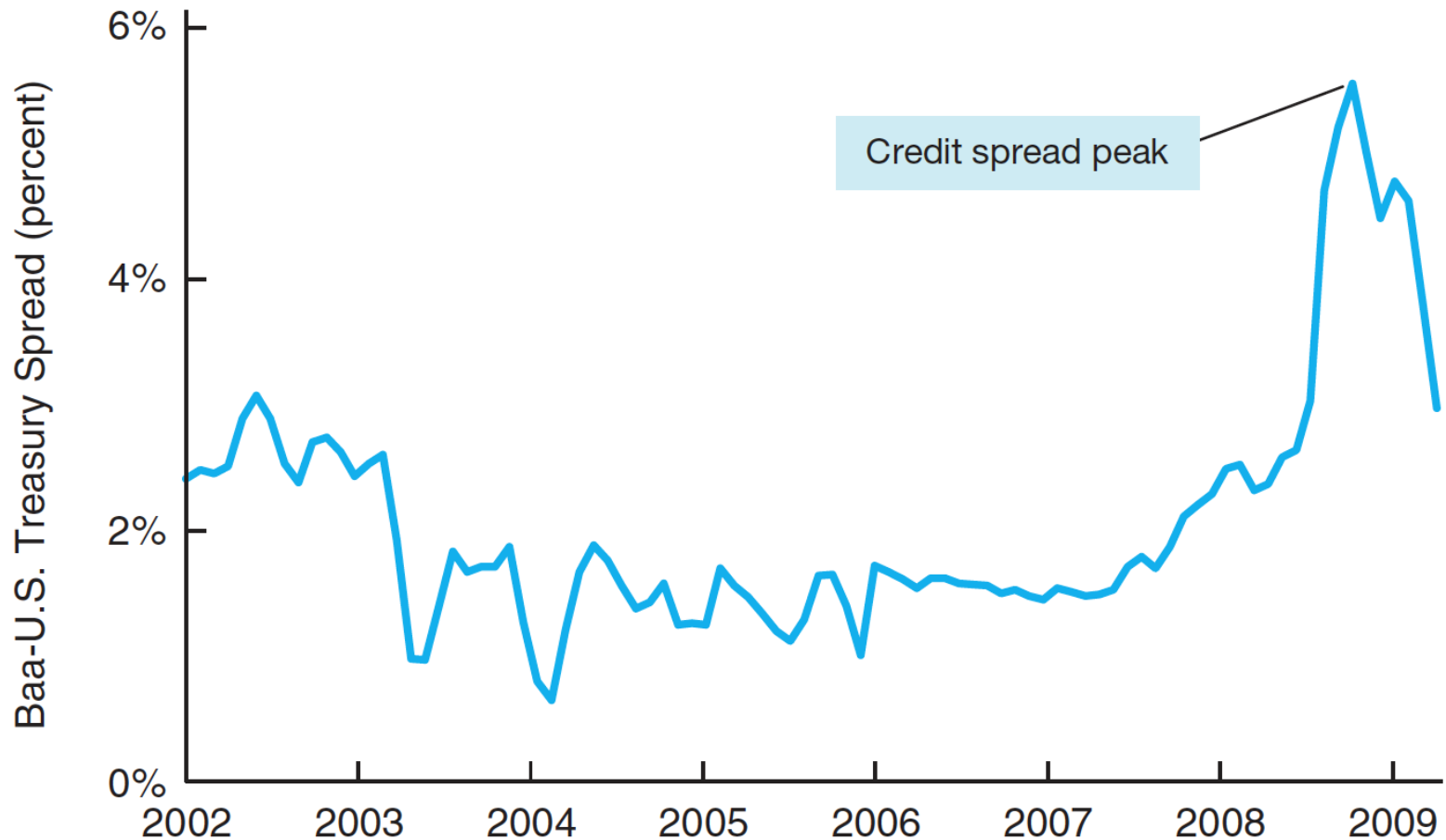
- 不确定性，如何衡量未知
  - 实证研究 ( historical data)
  - 模型假设 (probability and statistics)
  
- 仍然有很多问题 (AI+大数据? )
  
- Over the last 50 years U.S. stocks have given a real return of about 9% on average.
- Of this, only about 1% is due to interest rates; the remaining 8% is a premium earned for holding risk.
- Uncertainty, or corrections for risk make asset pricing interesting and challenging.

# Risk Structure of Long Bonds , 1919–2014



Sources: Board of Governors of the Federal Reserve System, *Banking and Monetary Statistics, 1941–1970*; Federal Reserve Bank of St. Louis FRED database: <http://research.stlouisfed.org/fred2>

# Credit Spreads and the 2007–2009 Financial Crisis

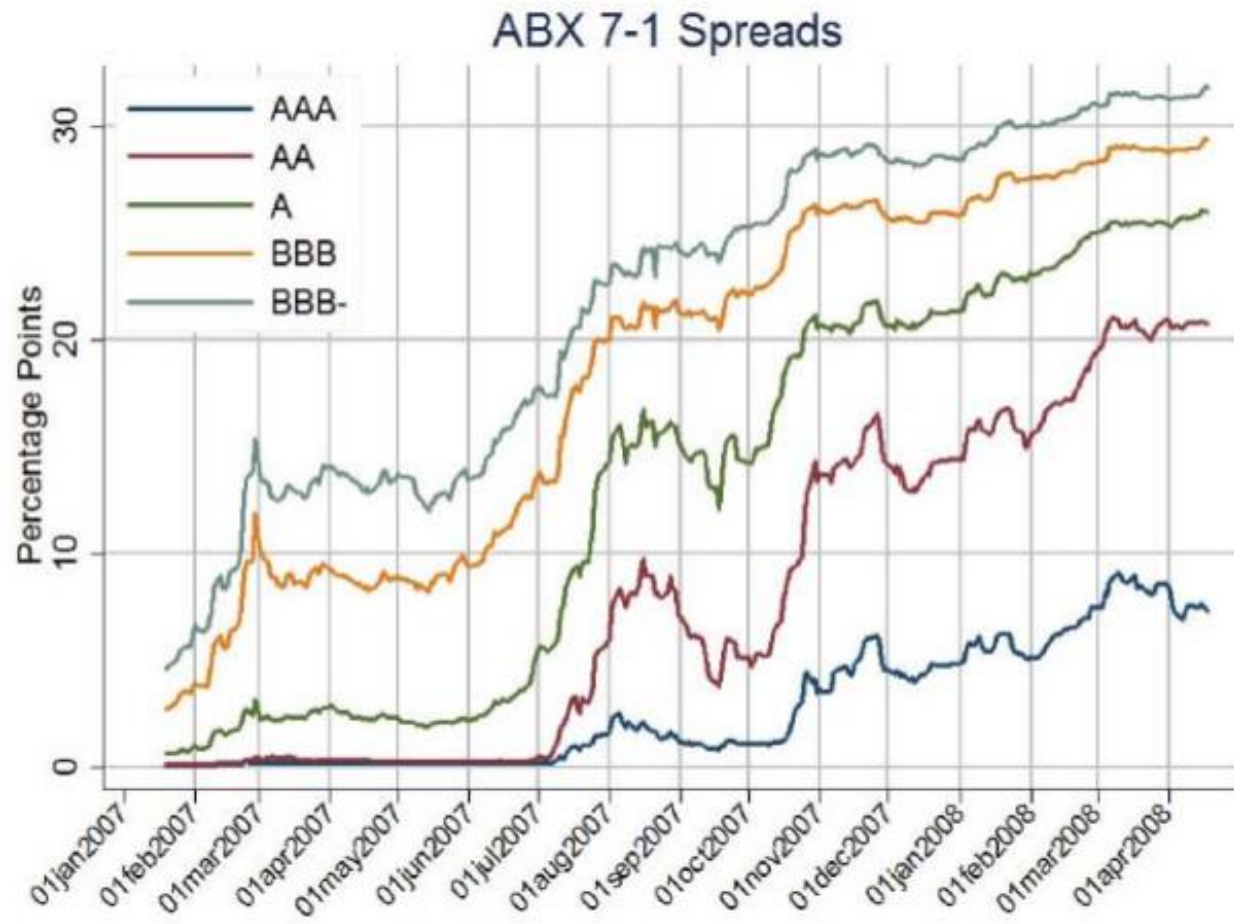


Source: Dow-Jones Industrial Average (DJIA). Global Financial Data:  
[http://www.globalfinancialdata.com/index\\_tabs.php?action=detailedinfo&id=1165](http://www.globalfinancialdata.com/index_tabs.php?action=detailedinfo&id=1165).

# 2008.4-2017.3 信用等级价差走势图



利率之间的利差(spread)随着时间的推移而变动。



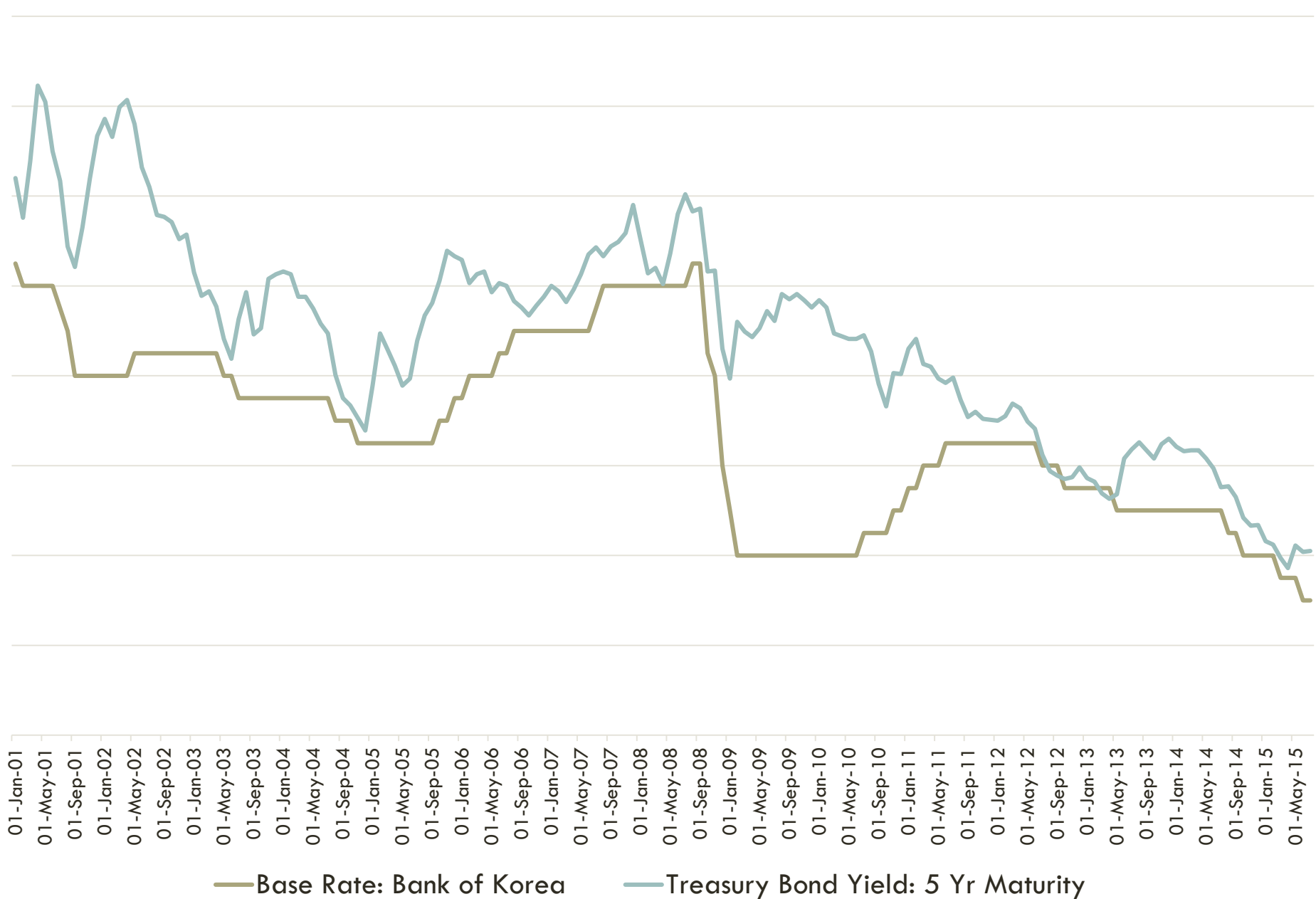
金融危机时的价差，From Brunnermeier (2009).

# 利率的期限结构

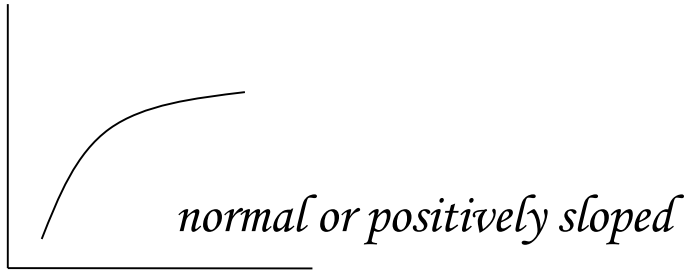
- 具有相同风险、流动性和税收因素的债券也可能因为到期期限的差异而具有不同的利率水平



# Yield Curve



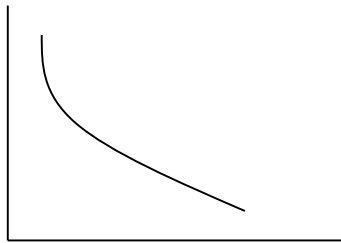
# 收益率曲线的基本形状



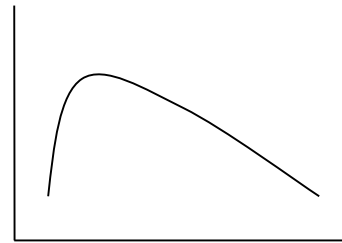
(a) 正常(斜率为正)的收益率曲线



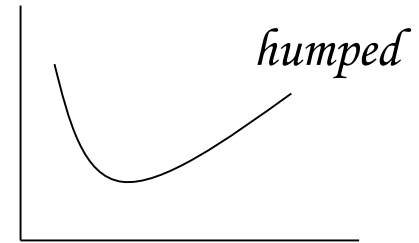
(b) 水平的收益率曲线



(c) 反向(斜率为负)的收益率曲线

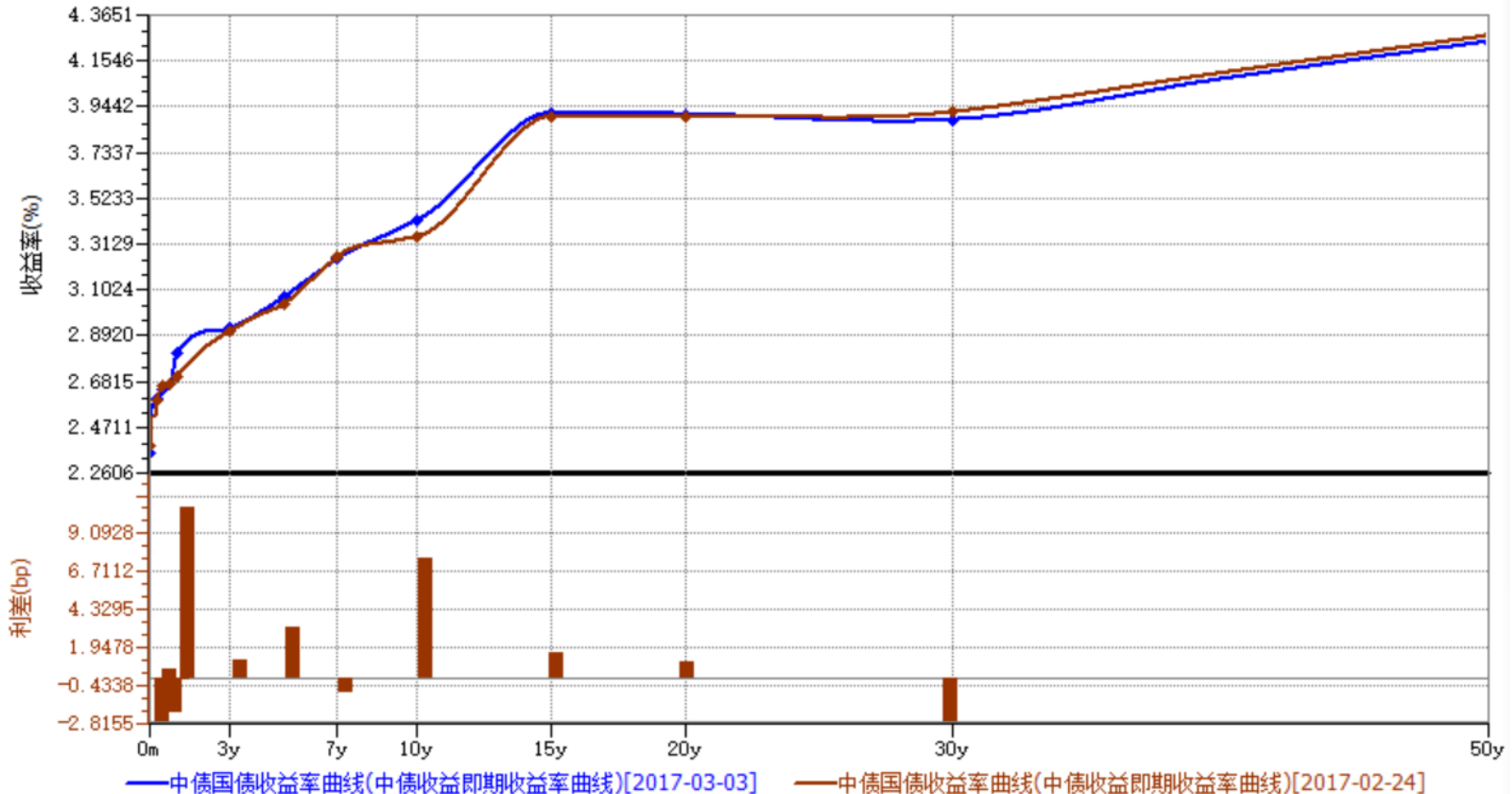


(d) 驼峰状的收益率曲线



# 利率的期限结构

中德国债收益率曲线(曲线编号:1231)



三个事实:

- 1、不同期限债券的利率往往会同向波动。如果短期利率上升,长期利率一般也会上升。
- 2、如果短期利率偏低,那么,长期利率一般会大于短期利率;如果短期利率偏高,那么,长期利率一般会小于短期利率。
- 3、大多数情况下,长期利率大于短期利率。

# 利率的期限结构

- [Campbell \(1986\)](#) Campbell J Y. A Defense of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates[J]. The Journal of Finance, 1986, 41(1):183-193.

## Models of the Term Structure

- 静态模型
  - Expectations Hypothesis **预期**
  - Liquidity Preference **流动性偏好**
  - Preferred Habitat **优先聚集地**
  - Market Segmentation **市场分割**
- 连续时间 Continuous-Time Models
  - 带时间依赖漂移项的 Vasiek (1977) 模型
  - Cox-Ingersoll-Ross
  - Heath-Jarrow-Morton

# 预期理论

## Expectations Hypothesis

long-term interest rates can be used to infer market expectations of future interest rates.

- 无偏差预期理论


- 假设

- 不同期限的利率完全替代

- 预期一致

- Expected Future Spot = Current Forward

$$(1 + i_1) \cdot (1 + i_{1,+1}^e) = (1 + i_2)^2$$

$$i_2 \approx \frac{i_1 + i_{1,+1}^e}{2}$$


$$E_0[R_k] = f_k$$

- 长期利率是该期限内人们预期出现的所有短期利率的平均数。

- 当预计未来的短期利率上升时，未来短期利率的平均值比当前的短期利率高，所以收益率曲线向上倾斜。

- 当预计未来的短期利率不变时，未来短期利率的平均值与当前的短期利率相同，所以收益率曲线是平坦的。

- 当预计未来的短期利率下降时，收益率曲线向下倾斜。

# 市场分割理论 (Segmented Markets Hypothesis)

- 假设
  - 市场分割（不同期限利率不能替代）
- 结论
  - 不同到期期限的债券利率由该债券自身的供求状况决定
  - 一般会偏好期限短、利率风险小的债券所以短期利率由于需求旺盛而利率较低，长期债券的利率相应就会比较高。

# 流动性溢价理论

## Liquidity Premium Theory

- 期限带来的流动性变化
  - 不同于利率的风险结构（相同品种的交易流动性不同带来的溢价）
- 流动性溢价理论 = 预期 + 分割 = 预期 + 流动性
- 假设
  - 投资者偏好流动性（Long-term borrowing requires a premium）

Expected future spot < current forward

$$E[R_k] < f_k$$

$$E[R_k] = f_k - \text{Liquidity Premium}$$

# 流动性溢价理论

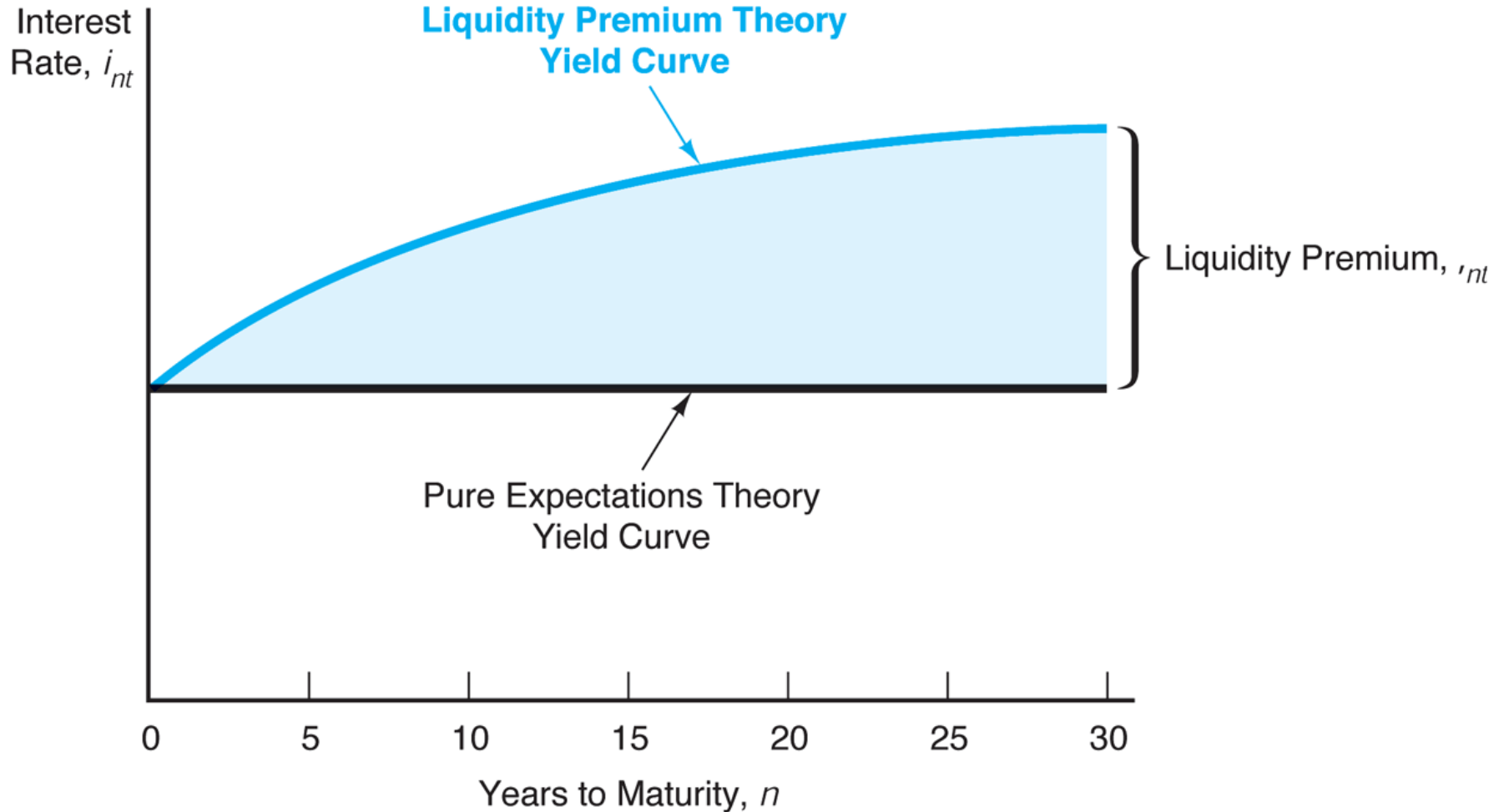
## Liquidity Premium Theory

- 长期债券的利率水平等于在整个期限内预计出现的所有短期利率的平均数，再加上由债券供给与需求决定的期限升水。
- 这个理论是前两个理论的结合，它假定不同期限的债券是可以替代的，又不是完全替代。
- 投资者对债券有一定的偏好，但这种偏好并不是绝对的。
  - 假如，投资者预期债券升水，那么他们就可能离开偏好的短期市场，转入长期市场。

# 风险(期限)溢价

- 投资者风险厌恶
  - 期限长面临更多的不确定性|期限越长，利率就越高。
  - 短期利率是央行现在盯住的目标，而长期利率则包含对未来央行利率政策预期。
  - 特殊的倒挂收益率曲线，只会在预期利率急剧下降（如紧缩货币政策之后）

# Liquidity Premium Theory – Yield Curve



# 相关研究

- 静态：运用数学方法对收益率曲线进行拟合分析
  - 郑振龙, 林海. 中国市场利率期限结构的静态估计[J]. 武汉金融, 2003(3):33-36.
  - 郑振龙, 林海. 民间金融的利率期限结构和风险分析:来自标会的检验[J]. 金融研究, 2005(4):133-143.
- 动态刻画
  - 朱世武, 陈健恒. 交易所国债利率期限结构实证研究[J]. 金融研究, 2003(10):63-73.
    - 多项式样条法和Svensson模型
  - 于鑫. 宏观经济对利率期限结构的动态影响研究[J]. 南方经济, 2009, 2009(6):25-33.
  - 丁志国, 耿迎涛, 覃朝晖. 中国市场国债利率期限结构的动态特征研究[J]. 统计研究, 2016, 33(1):61-69.